

INSTRUMENTO DE SUBSUNÇÃO PARA O ENSINO DE CONCEITOS DE MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORME E DE MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES NO CONTEXTO DA TEORIA AUSUBELIANA

*INSTRUMENT OF SUBSUMPTION FOR TEACHING THE CONCEPTS OF
UNIFORM CIRCULAR MOTION AND SIMPLE HARMONIC MOTION IN THE
CONTEXT OF AUSUBELIAN THEORY*

Margarida Irene da Rocha de Meneses¹
Antony Marco Mota Polito²

Resumo

Apresentamos uma sequência de aprendizagem para o ensino de conceitos básicos do movimento harmônico simples (MHS) e do movimento circular uniforme (MCU), voltada para estudantes da segunda série do Ensino Médio. A sequência de aprendizagem é, de fato, o que se denomina um *candidato a instrumento de subsunção*, cujo conceito é definido no interior de uma *metodologia geral* para a aplicação da teoria ausubeliana. De acordo com essa metodologia, os candidatos a instrumento de subsunção são construídos com base em *esquemas de subsunção*. Os esquemas consistem em dois conjuntos de conceitos – um conjunto de *potenciais subsunçores* e um conjunto de *potenciais subsumíveis* – conectados por uma ou mais relações definidoras. Os candidatos a instrumento de subsunção consistem em conjuntos de estratégias e recursos didáticos articulados em função dos esquemas propostos. Dentre esses recursos e estratégias estão um *pêndulo cônico* – o qual utilizamos para produzir, fisicamente, uma conexão sincrônica entre instâncias do MHS e do MCU, a partir da observação do movimento das sombras ortogonalmente projetadas em anteparos – e o *programa Tracker* – que gera gráficos das funções horárias para as posições, velocidades e acelerações associadas aos movimentos. A sequência de aprendizagem permite ensinar, sucessivamente, os conceitos de frequência, período e amplitude, no MHS (a partir do MCU); as funções horárias da posição, da velocidade e da aceleração e o conceito de força restauradora, no MHS (a partir do MCU); culminando em uma derivação “semi-empírica” para as expressões da aceleração e da força centrípeta, no MCU (a partir do MHS).

Palavras chaves: Movimento Circular Uniforme; Movimento Harmônico Simples; Teoria Ausubeliana; Esquemas de Subsunção; Instrumentos de Subsunção.

¹ Mestra em Ensino de Física pela Universidade de Brasília (UnB).

² Doutor em Física pela Universidade de Brasília (UnB). Professor Adjunto do Instituto de Física da UnB.

Abstract

We present a didactic sequence for teaching the basic concepts of the simple harmonic motion (SHM) and the uniform circular motion (UCM) to high school students. The didactic sequence is, in fact, what is called a *candidate for instrument of subsumption*, whose concept is defined within a *general methodology* for the application of the *ausubelian theory*. According to this methodology, candidates for instrument of subsumption are built up from *subsumption schemas*. These schemas consist of two sets of concepts – a set of *potential subsumers* and a set of *potential subsumables* – connected by one or more *definition relations*. Candidates for instrument of subsumption consist of sets of teaching strategies and resources articulated in function of the proposed schemas. Among these resources and strategies are a *conical pendulum* - which we use to physically produce a synchronous connection between SHM and UCM instances, from the observation of the movement of orthogonally projected shadows on a screen – and the *Tracker software* – which generates graphs of temporal functions for the positions, velocities and accelerations associated to the movements. The didactic sequence allows teaching, successively, the concepts of frequency, of period and of amplitude, in the SHM (from the UCM); the temporal functions of position, velocity and acceleration and the concept of restoring force, in the SHM (from the UCM); culminating in a "semi-empirical" derivation for the expressions of centripetal acceleration and centripetal force, in the UCM (from the SHM).

Keywords: Uniform Circular Motion; Simple Harmonic Motion; Ausubelian Theory; Schemes of Subsumption; Instruments of Subsumption.

Introdução

As oscilações estão presentes na natureza e estamos constantemente nos deparando com elas, nos movimentos que se repetem de modo aproximadamente regular, no tempo. Padrões oscilatórios estão associados com uma enorme diversidade de fenômenos, desde os mais simples – como as órbitas planetárias, as oscilações mecânicas responsáveis pela produção de ondas sonoras, o movimento de sistemas acoplados com molas, ou, ainda, de pêndulos, sob ação da gravidade – até os muito complexos – como terremotos e os movimentos de elétrons em um condutor, responsáveis pela geração de ondas eletromagnéticas.

Diante de sua importância e ubiquidade, não há dúvidas de que as oscilações são um dos objetivos mais centrais do ensino de física. Isso, por si só, justifica a necessidade de que instrumentos e estratégias didáticas inovadoras, dedicadas a esse assunto, estejam permanentemente sendo elaboradas, investigadas, apresentadas e aplicadas.

No âmbito desse trabalho, vamos discutir os tipos mais básicos de movimentos oscilatórios: o movimento circular uniforme (MCU) e o movimento

harmônico simples (MHS). Apesar de sua aparente simplicidade, esse assunto pode ser relativamente difícil para os estudantes do Ensino Médio, por implicar, em geral, o uso de matemática um pouco mais sofisticada. Com efeito, uma compreensão que vá além dos estratos meramente qualitativos e intuitivos deve envolver, necessariamente, a relação entre oscilações observadas no movimento de objetos físicos concretos com abstrações conceituais, tais como funções, equações e gráficos de funções.

Orientamos nosso trabalho segundo a perspectiva vigente no âmbito das teorias de aprendizagem *cognitivas*. Nessa classe de teorias, postula-se um objeto teórico fundamental, denominado *estrutura cognitiva*. Os processos relacionados com aquisição, armazenamento, compreensão, transformação e uso do conhecimento devem ser explicados em termos de manipulações conceituais, realizada no interior da estrutura (AUSUBEL, NOVAK, HANESIAN, 1980; AUSUBEL, 2000; MOREIRA e MASINI, 1982,1999).

A teoria cognitivista que apoia nosso trabalho é a teoria de David Ausubel (AUSUBEL, NOVAK, HANESIAN, 1980; AUSUBEL, 2000). A teoria ausubeliana propõe uma explicação geral para a assimilação de conceitos na qual o princípio mais fundamental é o de que a estrutura cognitiva é organizada de maneira hierárquica. Com base nessa concepção, a assimilação de objetos conceituais deve envolver a apresentação dos conteúdos que exiba uma organização hierarquizada suficientemente compatível.

A chamada *aprendizagem significativa*, para Ausubel, é o resultado da assimilação bem-sucedida, a qual se define por uma substancial transformação da estrutura cognitiva prévia, sempre operada no sentido de garantir uma relativa coerência interna e uma relativa integridade dessa estrutura. O efeito presumível dessa transformação substancial é tornar a estrutura cognitiva do sujeito mais apta para a interação com o mundo real.

O resultado desse trabalho é uma *sequência de aprendizagem*, construída com base em uma *metodologia geral para a aplicação da teoria ausubeliana*, proposta por Polito e de Barcellos Coelho (2021a, 2021b). Essa metodologia provê a teoria ausubeliana com um conjunto de preceitos sobre como construir *candidatos a instrumentos de subsunção*, ou seja, como construir *instrumentos didáticos potencialmente bem-sucedidos* para implementar a aprendizagem significativa, em

termos estritamente ausubelianos. Essa metodologia é complementada pela utilização de mapas conceituais (NOVAK e GOWIN, 1984; NOVAK, 2000).

O trabalho está organizado em cinco seções, incluída essa introdução. Na sequência, temos uma segunda seção, que apresenta brevemente os princípios fundamentais da teoria ausubeliana e os elementos fundamentais da metodologia geral de Polito e De Barcellos Coelho. Em seguida, desenvolvemos duas seções em que a metodologia geral é consistentemente empregada para produzir, a partir de determinados esquemas de subsunção (terceira seção), um candidato a instrumento de subsunção (quarta seção), estruturado segundo a forma de uma sequência de aprendizagem. A quinta e última seção é reservada para as considerações finais.

Teoria Ausubeliana de Aprendizagem e Metodologia Geral de Aplicação

Existe uma distância relativamente ampla entre o contexto acadêmico no qual são desenvolvidas as teorias psicológicas de aprendizagem e o contexto mais concreto da experiência didático-pedagógica. Uma forma de reduzir essa distância é prover as teorias psicológicas com metodologias educacionais que elas subscrevam, implícita ou explicitamente (OLAVO *et al*, 2021; FERREIRA *et al*, 2022).

Nesse trabalho, cumprimos essa tarefa pela adoção de uma *metodologia geral para aplicação da teoria ausubeliana*, proposta, recentemente, por Polito e De Barcellos Coelho (2021a, 2021b).

Passamos a apresentar, de forma breve, as principais ideias envolvidas com a teoria ausubeliana e com essa metodologia geral.

Teoria de Aprendizagem de David Ausubel

Teorias de aprendizagem são estruturas conceituais constituídas com o objetivo de definir, sistematizar, compreender, explicar e controlar um determinado *fenômeno psicológico*, chamado, precisamente, de aprendizagem – o qual deve ser criteriosamente diferenciado da pluralidade de outros fenômenos que constituem a vida psicológica de um indivíduo.

Nos campos da psicologia da aprendizagem e da teoria da educação, existem muitas correntes teóricas divergentes, cujas diferenças se encontram não somente no que exatamente consideram ser o processo de aprendizagem, mas, também, no que

supõem ser a forma correta pela qual esse processo pode ser controlado e aperfeiçoado.

Diversas são, portanto, as concepções desenvolvidas para definir o que é a aprendizagem e explicar como ela acontece. As diferenças de concepção podem ser, por vezes, sutis. Muitas vezes, essas diferenças podem estar relacionadas com o que as diversas teorias consideram ser, presumivelmente, os principais *propósitos* que subjazem aos processos de aprendizagem.

Alguns desses propósitos presumidos incluem, por exemplo: a assimilação estruturada de informações externamente providas; o desenvolvimento de habilidades intelectuais de nível superior; ou, ainda, mudanças de padrões de comportamento, efetuadas em determinadas direções, das quais se espera certas perenidade e estabilidade, no tempo (MOREIRA E MASINI, 1999).

Quando se trata de grandes correntes teóricas, no campo da psicologia da aprendizagem, os princípios fundamentais assumidos podem ser muito distintos. Tradicional e historicamente, é comum ver essas grandes correntes teóricas classificadas em três grupos: comportamentalismo, humanismo e cognitivismo.

Costuma-se afirmar que as diferentes teorias classificadas dentro da corrente cognitivista se caracterizam pelo compromisso explícito com a *existência* de uma *instância interna* aos sujeitos – e, portanto, *subjetiva* e *singular* –, a qual se associa o nome de *estrutura cognitiva* (MOREIRA E MASINI, 1999).

Porém, não é exatamente o compromisso com a existência de uma instância interna que distingue a corrente cognitivista das demais. A distinção maior está na ênfase que os teóricos cognitivistas colocam na estrutura cognitiva enquanto *elemento passível de análise e de teorização*, no sentido de ser representada em termos de *modelos potencialmente universalizáveis*.

Evidentemente, no contexto de quaisquer que sejam as teorias cognitivistas, a estrutura cognitiva – enquanto entidade singular e concreta – é concebida como sendo potencialmente capaz de portar, articular e acionar um conjunto de *relações simbólicas de referência e de significação*, que envolvem certos *objetos conceptuais abstratos*, denominados *conceitos*, *proposições* e *sistemas de proposições* (teorias). Presumivelmente, essas relações simbólicas capacitam cada indivíduo a operar no mundo, de modo mais, ou menos, eficiente, a depender do grau de desenvolvimento da estrutura cognitiva e das circunstâncias a que ela está submetida.

Por outro lado, assume-se que – supridos determinados critérios epistemológicos – esses mesmos objetos conceptuais abstratos devem ser tais que constituam também uma *instância externa objetiva* e estritamente *organizada*. É a essa instância externa que se dá o nome de *conhecimento*. De acordo com a maioria dos teóricos cognitivistas, o propósito precípua da aprendizagem deve ser, precisamente, a *assimilação da instância externa (conhecimento)* por parte da *instância interna (estrutura cognitiva)*.

Nesse ponto, fica clara a razão pela qual devemos manter presente a distinção entre *estrutura cognitiva concreta* – enquanto entidade singular, materialmente portada por indivíduos, em uma estrutura neurofisiológica, mas, eminentemente subjetiva e desconhecida em seus detalhes – e *estrutura cognitiva ideal* – enquanto modelo abstrato objetivo e potencialmente cognoscível.

A pressuposição mais básica do que se poderia denominar como teoria cognitivista ausubeliana é a de que a estrutura cognitiva concreta deve possuir características potencialmente universalizáveis e, portanto, passíveis de se tornarem abstratas e objetivas na constituição de uma estrutura cognitiva ideal. É tão somente através da possibilidade de tornar ideal a estrutura cognitiva concreta que ela pode ser posta em algum tipo de relação objetiva com o conhecimento (POLITO e DE BARCELLOS COELHO, 2021a, 2021b).

Sendo o conhecimento uma estrutura organizada, Ausubel (2000) assumiu que uma das características mais fundamentais que a estrutura cognitiva deve possuir, enquanto entidade potencialmente universalizável, é a *organização hierárquica*. De acordo com essa suposição, o armazenamento interno de objetos conceptuais deve dar-se segundo um princípio de organização que envolve, entre outras coisas – quando abstraído em termos de modelos ideais –, a subordinação de classes conceituais mais restritas por classes conceituais cada vez mais gerais; e a coordenação entre as classes conceituais consideradas como estando em mesmo nível de generalidade.

A aprendizagem dita *significativa*, para Ausubel, é, essencialmente, um processo de assimilação do conhecimento por meio do qual a estrutura cognitiva, singular e concreta, é *transformada*, no sentido de tornar-se cada vez mais complexa e potencialmente capaz de permitir, ao sujeito que aprende, pensar e atuar de forma mais eficiente, no mundo (AUSUBEL, 2000; MOREIRA, MASINI, 1982, 1999).

Ainda mais: na *aprendizagem significativa*, a modificação da estrutura cognitiva é tal que os sujeitos são capacitados a atuar em situações e em contextos novos, resolvendo de forma suficientemente eficiente situações problemáticas, mesmo quando essas não lhes são apresentadas exatamente nas mesmas formas em que se deu a aprendizagem original.

A teoria ausubeliana parte da suposição de que, na aprendizagem significativa, a apropriação de novos objetos conceptuais se dá por meio de uma efetiva integração com determinados objetos conceptuais previamente existentes na estrutura cognitiva. Ausubel denomina esses objetos conceptuais preexistentes de *subsunçores*, e a aprendizagem significativa ocorre quando esses subsunçores são, eles mesmos, modificados, em virtude do processo de assimilação. Desse modo, os objetos conceptuais assimilados – e integrados com os seus presumíveis subsunçores – passam a constituir novos operadores simbólicos, com novas referências e significações advindas de sua integração consistente com todo o restante da estrutura (AUSUBEL, 2000).

A verificação da ocorrência de aprendizagem significativa não costuma ser uma tarefa simples, uma vez que testes de aprendizagem que não possuam nível mínimo de sofisticação não são capazes de discernir entre aprendizagem significativa e mera memorização de procedimentos estereotipados – denominada por Ausubel de aprendizagem mecânica. Daí a necessidade de que os testes de aprendizagem busquem colocar os aprendizes em contextos que sejam diversos daqueles no qual o ensino foi proporcionado, buscando explorar ao máximo as possíveis analogias subjacentes entre os novos contextos de aplicação do conhecimento e os contextos originais de aprendizagem.

A Metodologia Geral para a Teoria Ausubeliana de Polito e de Barcellos Coelho

As teorias psicológicas de aprendizagem possuem como objetivo a explicação de como certos mecanismos hipotéticos operam no sentido de dar suporte ao fenômeno de aquisição e de retenção do conhecimento, dadas determinadas circunstâncias.

Porém, o ensino, propriamente dito, não compete à psicologia, mas à educação. A teoria de aprendizagem ausubeliana, portanto, não pode – por si só, enquanto teoria puramente psicológica – ser suficiente para realizar aplicações

consequentes, na área do ensino. Para tanto, é necessário, também, que uma determinada *teoria de educação* seja adotada, de tal modo que, no mínimo, o que seria *tacitamente subscrito pela teoria psicológica* se torne *explicitamente prescrito pela teoria educacional* (OLAVO *et al*, 2021; FERREIRA *et al*, 2022).

Uma teoria de educação, por sua vez, é, na maior parte das vezes, uma construção bastante ampla e geral, que congrega muitos princípios de caráter normativo – que podem ser de natureza política, cultural, histórica, ética, estética e filosófica. Esses princípios constituem diretrizes, mas, eles, por si sós, não dizem exatamente *o que fazer* ou *como fazer*. Em geral, esses princípios teóricos dizem apenas *por que fazer*.

É por esse motivo que, no âmbito escolar e da prática docente, ensino e aprendizagem requerem também, para além de uma teoria educacional geral, metodologias e/ou tecnologias que permitam realizar os princípios gerais. Espera-se, em geral, que essas metodologias e tecnologias educacionais estejam em acordo com determinados fundamentos de caráter científico – ou seja, com teorias psicológicas de aprendizagem. Nesse sentido, as metodologias e tecnologias passam a desempenhar uma função de ligação entre os princípios teóricos gerais, de natureza eminentemente normativa, e os fundamentos científicos, de natureza eminentemente descritiva (OLAVO *et al*, 2021; FERREIRA *et al*, 2022).

Uma metodologia geral que foi criada com o objetivo de cumprir exatamente esse papel – quando se trata das aplicações didáticas da teoria ausubeliana – é a metodologia de Polito e de Barcellos Coelho (2021a, 2021b).

Em seu trabalho, esses autores começam chamando a atenção para o fato de que a assimilação de conhecimento, enquanto processo concreto, possui como contrapartida abstrata, na teoria ausubeliana, uma *relação* de subsunção. Portanto, a teoria ausubeliana busca elucidar um processo cognitivo com base na *definição lógica* de uma relação entre conceitos que envolve o que eles denominam *potenciais subsunçores* e *potenciais subsumíveis*. Isso esclarece que conceitos subsunçores e conceitos subsumíveis não podem ser definidos independentemente da relação lógica que os conecta.

Desse modo, esses autores fazem uma análise lógica da própria relação de subsunção e das condições de suficiência e de necessidade para que a relação se candidate a ser um bom descritor teórico do processo de subsunção concreto.

Em sua análise, Polito e De Barcellos Coelho argumentam que as únicas condições necessárias para o processo de subsunção são aquelas que garantem – ainda que conjecturalmente – a existência de relações entre pares de conceitos subsunçores e subsumíveis que supram as necessidades de serem conceitos claros, bem fundados e logicamente consistentes. No âmbito do ensino da física, requeremos, circunstancialmente, que eles sejam também conceitos de natureza científica.

Quanto às condições de suficiência para a relação de subsunção, elas são classificadas em duas categorias: condições internas e condições externas. As condições internas de suficiência têm a ver com as estruturas cognitivas e psicológicas de cada sujeito, em sua singularidade. Isso significa que são condições para que a subsunção ocorra não apenas que o indivíduo possua uma estrutura cognitiva com um grau mínimo de sofisticação para realizar a assimilação e a retenção do conhecimento aprendido, mas, também, uma estrutura psicológica com capacidade mínima para implementar o processo.

Esses graus mínimos, evidentemente, dependem da saúde física, da maturidade intelectual, da história individual, das condições emocionais, etc. Observe que elas são condições suficientes, mas não necessárias, porque os autores consideram que a aprendizagem significativa pode ocorrer a despeito das condições mínimas não estarem presentes.

De todo modo, Polito e de Barcellos Coelho argumentam que as condições internas de suficiência são difíceis de se determinar (embora não impossíveis) porque são complexas e heterogêneas. Isso requereria um trabalho de educação completamente individualizado, o que está fora do verdadeiro objetivo de uma metodologia educacional.

O fundamental é constatar que o educador não tem controle quase nenhum sobre as condições internas de seus estudantes. É por isso que Polito e de Barcellos Coelho consideram que, do ponto de vista do ensino, apenas as relações externas de suficiência cumprem um papel realmente não trivial e significativo, pois são as únicas que se encontram sob algum controle do educador. E, o que se quer das metodologias educacionais é exatamente que elas forneçam recursos para se ter algum tipo de *controle* sobre o processo didático.

De acordo com Polito e de Barcellos Coelho, as condições externas de suficiência são as condições que, se supridas conjuntamente com as condições

internas, devem implicar a realização concreta do processo de subsunção – ao menos, em termos de probabilidade. Dessa forma, nenhuma condição tomada isoladamente pode ser suficiente. Além disso, o conjunto de condições suficientes não deve sequer ser único, já que outras combinações de condições internas e externas podem ser também suficientes, pois é possível que haja muitos caminhos alternativos para alcançar a aprendizagem significativa de determinados objetos conceptuais.

O fato crucial a respeito das condições externas de suficiência – e que garante que o controle desejado pode ser realmente alcançado – é que elas podem e devem ser supridas através da identificação objetiva das relações existentes entre os conceitos considerados potenciais subsunçores e os conceitos considerados potenciais subsumíveis.

Observe-se que, antes de ser uma *subestrutura subsunçora* (que é um determinado subconjunto da estrutura cognitiva de um sujeito), uma ideia ou noção é um objeto conceptual e, como tal, ela pode e deve ter uma representação simbólica e lógica externa. É essa externalidade que garante a sua objetividade, a qual, por sua vez, garante o seu controle. E as relações entre potenciais conceitos subsunçores e potenciais conceitos subsumíveis são consideradas objetivas no sentido de que podem ser representadas simbolicamente, através de uma linguagem que é compartilhada por uma determinada comunidade.

Essas relações objetivas podem ser bastante diversas. Polito e de Barcellos Coelho apresentam alguns exemplos de relações dessa natureza, tais como as relações de definição, de similaridade, de analogia, de regularidade e de causalidade.

De todo modo, relações objetivas entre conceitos não são as únicas condições externas suficientes que devem ser consideradas. As estratégias associadas aos instrumentos e materiais educacionais são fundamentais, tanto quanto o são, também, os contextos gerais, incluídos, aí, os recursos materiais e sociais. O importante é que todos esses elementos estejam sob a possibilidade de algum controle, por parte do educador e/ou dos sistemas educacionais.

A metodologia geral desenvolvida Polito e de Barcellos Coelho concentra-se exatamente sobre aquilo que pode ser controlado externamente de modo mais geral, ou seja, sobre as relações objetivas entre pares potenciais subsunçores/subsumíveis e sobre as estratégias implementadas nos materiais instrucionais. Para isso, os autores criaram os conceitos interconectados de esquema e de instrumento de subsunção.

O *esquema de subsunção* é uma estrutura relacional que possui duas partes interligadas por uma relação definidora; a primeira parte é um conjunto de objetos conceptuais denominados *potenciais subsunçores*, enquanto a segunda parte é um conjunto de objetos conceptuais denominados *potenciais subsumíveis*. A parte mais importante do esquema de subsunção é a relação definidora que conecta os dois conjuntos.

Polito e de Barcellos Coelho apontam que a relação entre os potenciais subsunçores e subsumíveis é parte daquelas condições suficientes externas, mas, que os esquemas de subsunção, por si sós, não são suficientes para a concretização de processos de subsunção. Porém, argumentam que, em qualquer processo de subsunção concreto, é necessário que existam um ou mais esquemas de subsunção, ainda que eles sejam – e, eventualmente, permaneçam – implícitos. Daí que os autores chamam a atenção para o fato de que os esquemas de subsunção não precisam ser necessariamente explicitados para os estudantes. Porém, é fundamental que o professor esteja ciente deles.

O principal objetivo de se construir esquemas de subsunção está no fato de que eles devem funcionar como modelo, inspiração, motivação ou justificação para a construção dos chamados *candidatos a instrumentos de subsunção*. Esses candidatos a instrumentos de subsunção são um compósito em que os esquemas de subsunção são utilizados no interior de um sistema bem estruturado de estratégias de aplicação e de execução das ideias centrais que estão presentes nos esquemas.

Daí a necessidade de que o educador tenha consciência dos esquemas, pois, presumivelmente, é só com base no domínio sobre as suas relações definidoras que ele poderá construir um instrumento de subsunção cujas estratégias tenham oportunidade de serem eficientes.

Para Polito e de Barcellos Coelho, um candidato a instrumento de subsunção se torna um instrumento de subsunção quando ele é considerado *bem-sucedido*. Isso significa que o candidato deve ter sido suficientemente testado, em situações concretas de sala de aula, muitas vezes e em contextos diferentes, para que o sucesso seja definido em termos estatísticos, de acordo com critérios convencionalmente adotados.

Esquemas de Subsunção para Conceitos de Movimento Harmônico Simples e Movimento Circular Uniforme

Passamos a apresentar uma aplicação dessa nova metodologia, por meio de um *candidato a instrumento de subsunção* que foi elaborado para o ensino de conceitos relacionados com o *movimento harmônico simples* (MHS) e com o *movimento circular uniforme* (MCU).

Para fundamentar o candidato a instrumento de subsunção, definimos três esquemas de subsunção, baseados em três diferentes relações definidoras.

O primeiro esquema de subsunção compõe-se dos conceitos de *frequência*, *período* e *amplitude*, no MCU (potenciais subsunçores) e dos mesmos conceitos no MHS (potenciais subsumíveis), cuja relação definidora é uma *relação de analogia*, baseada na constatação da *periodicidade temporal* dos estados sucessivos do movimento. Os elementos que constituem o primeiro esquema de subsunção estão postos no quadro 1.

Quadro 1: Esquema de subsunção para os conceitos de frequência, de período e de amplitude no MHS

Potenciais Subsunçores	Potenciais Subsumíveis	Relação Definidora
Frequência, período e amplitude no MCU.	Frequência, período e amplitude de um movimento oscilatório em uma dimensão.	Relação de analogia:
Constituição qualitativa dos conceitos: representação visual.	Constituição qualitativa dos conceitos: representação visual.	Ideia de que em ambos os conjuntos ocorre uma repetição do mesmo estado de movimento em um sistema, de forma regular, no tempo.
Constituição quantitativa dos conceitos: relação entre os conceitos matemáticos de frequência e de período.	Constituição quantitativa dos conceitos: relação entre os conceitos matemáticos de frequência e de período.	

Fonte: Autores.

A propósito, a ideia por trás desse esquema de subsunção é a de que o MCU não é apenas a designação de um fenômeno, mas, também, a designação de um conjunto de conceitos correlacionados, dentre os quais, precisamente, os conceitos de frequência, de período e de amplitude do movimento. Esses conceitos podem constituir um conjunto de potenciais subsunçores para a construção de um primeiro esquema de subsunção porque são parte do que se pode denominar por uma “*cinemática pré-quantitativa*” – denominação dada em virtude de sua natureza parcialmente intuitiva. Evidentemente, se partimos da suposição de que esses

conceitos são, quando considerados no MCU, potenciais subsunçores, devemos tentar verificar se os estudantes realmente os possuem, por meio de testes prospectivos, antes de qualquer tentativa de aplicação do candidato a instrumento de subsunção.

O segundo esquema de subsunção compõe-se de um conjunto de objetos conceptuais considerados como potenciais subsunçores, associados com o MCU, e de um conjunto de objetos conceptuais considerados potenciais subsumíveis, associados com o MHS.

O conjunto de potenciais subsunçores do segundo esquema é constituído pelas (i) relações entre comprimento de arco de circunferência e ângulo; (ii) relações entre velocidade tangencial sobre a circunferência e velocidade angular; e (iii) as funções horárias para a posição angular e para a velocidade angular. O conjunto de potenciais subsumíveis do segundo esquema é constituído pelas (i) funções horárias para o espaço e a velocidade (em uma dimensão); pela (ii) relação entre aceleração e posição (em uma dimensão); e pela (iii) definição de força restauradora como função da posição, a partir da Segunda Lei de Newton.

A *relação definidora* (básica) que dá sustentação ao segundo esquema é a relação de *transformação matemática* entre coordenadas cartesianas (x, y) e polares (r, θ) , no plano, dada por $x = r \cos \theta$ e $y = r \sin \theta$.

Os elementos que constituem o segundo esquema de subsunção estão postos no quadro 2.

Quadro 2: Esquema de subsunção para os conceitos de posição, velocidade e aceleração do MHS

Potenciais Subsunçores	Potenciais Subsumíveis	Relação Definidora
MCU: a) Relação entre arco e ângulo. b) Relação entre velocidade tangencial e velocidade angular. c) Funções horárias: - Posição Angular x Tempo. - Velocidade Angular x Tempo.	MHS: a) Funções horárias: - Posição Linear x Tempo. - Velocidade Linear x Tempo. b) Relações Semi-Empíricas: - Aceleração Linear x Posição Linear - Força restauradora x Posição.	Relação de transformação matemática: a) Transformação entre coordenadas cartesianas e polares: $x = r \cos \theta$ $y = r \sin \theta$

Fonte: Autores.

Observe-se que, juntos, o primeiro e o segundo esquemas de subsunção inspiram, no âmbito do candidato a instrumento de subsunção, a estratégia de

utilização de um *pêndulo cônico* para observar e estudar os movimentos das sombras projetadas por ele sobre anteparos.

O terceiro esquema de subsunção compõe-se dos conceitos de *aceleração linear* e *força restauradora* (MHS) como potenciais subsunçores e de *aceleração centrípeta* e *força centrípeta* (MCU), como potenciais subsumíveis. As relações definidoras são baseadas na definição de *aceleração* e de *força como vetores*, ou seja, como objetos com magnitude e direção, que podem ser compostos (e decompostos) como somas de componentes ortogonais. Desse modo, as relações definidoras são *relações matemáticas de composição de vetores perpendiculares*.

A conexão entre MHS e MCU, por meio das relações definidoras, é realizada de modo que seja enfatizado que, em ambos os tipos de movimento, os vetores aceleração e força têm sempre seu sentido apontando para o centro do sistema de coordenadas, ainda que o MHS seja um *movimento linear* e o MCU seja um *movimento planar*. Deve ser enfatizado, ainda, que, no MHS, *a aceleração linear e a força restauradora possuem magnitudes variáveis e direções constantes*, enquanto, no MCU, *a aceleração e a força centrípetas possuem magnitudes constantes e direções variáveis*. Observe-se, ainda, que, no terceiro esquema, a relação entre os movimentos se inverte, pois são os conceitos do MHS que são utilizados como potenciais subsunçores para os conceitos do MCU.

Esse esquema subsidia, no âmbito do candidato a instrumento de subsunção, uma *estratégia de inferência semi-empírica para a fórmula da aceleração centrípeta*. Os elementos do terceiro esquema de subsunção estão postos no quadro 3.

Quadro 3: Esquema de subsunção para os conceitos de força e de aceleração centrípeta, no MCU

Potenciais Subsunçores	Potenciais Subsumíveis	Relação Definidora
<p>MHS: Aceleração Linear e Força Restauradora.</p> <p>Estrutura Quantitativa dos Conceitos:</p> <p>Vetores de magnitudes variáveis, apontando sempre na direção do centro, em um movimento unidimensional.</p>	<p>MCU: Aceleração Centrípeta e Força Central.</p> <p>Estrutura Quantitativa dos Conceitos:</p> <p>Vetores de magnitudes constantes, apontando sempre na direção do centro, em um movimento planar.</p>	<p>Relação matemática de composição de vetores perpendiculares.</p>

Fonte: Autores.

Observe-se que, juntos, o segundo e o terceiro esquemas de subsunção inspiram, no âmbito do candidato a instrumento de subsunção, a estratégia de utilização do programa *Tracker*³ (BONVETI E ARANHA, 2015), para medidas e construção de gráficos de funções horárias.

Candidato a Instrumento de Subsunção para Conceitos do Movimento Harmônico Simples

Selecionados os esquemas de subsunção, o passo seguinte é criar um *sistema de estratégias* que se inspire nas relações definidoras dos esquemas, com o objetivo de montar o *candidato a instrumento de subsunção*.

De fato, como já mencionado, o *primeiro e o segundo esquemas de subsunção são a base motivacional para a estratégia de utilização do pêndulo cônico*, enquanto o *segundo e o terceiro esquemas de subsunção são a base motivacional para a estratégia de utilização do programa Tracker*.

O sistema de estratégias, por sua vez, deve ser articulado por uma estrutura. O nosso candidato a instrumento de subsunção será estruturado segundo uma *sequência de aprendizagem*, a qual passamos a descrever⁴.

A *sequência de aprendizagem*⁵ é constituída por quatro estágios, divididos em oito etapas, que abordam os conceitos de MCU e de MHS por meio da exploração da relação sincrônica que é estabelecida entre os dois movimentos, quando visualizados através da projeção das sombras produzidas por um pêndulo cônico. A ideia é utilizar o pêndulo cônico para produzir movimentos cujos gráficos das funções horárias serão gerados pelo programa *Tracker*.

O candidato a instrumento de subsunção consiste em uma *sequência de aprendizagem*, desenvolvida em quatro estágios⁶.

³ Acesse a página do programa Tracker pelo link <https://physlets.org/tracker/>.

⁴ Essa sequência de aprendizagem corresponde, grosso modo, a um produto educacional, que foi elaborado no âmbito do Programa de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física da Universidade de Brasília (MENESES, 2022). No presente trabalho, os resultados essenciais desse produto educacional são reestruturados e apresentados em uma forma substancialmente aperfeiçoada.

⁵ A sequência de aprendizagem apresentada em Meneses (2022) foi estruturada em oito aulas de quarenta e cinco minutos e aplicada em uma turma da 2ª série do Ensino Médio.

⁶ A sequência de aprendizagem originalmente apresentada por Meneses (2022) era composta por três estágios. No presente trabalho, em virtude da reestruturação e para fins de melhor organização e identificação das partes essenciais constitutivas do candidato a instrumento de subsunção, o terceiro estágio foi desdobrado em dois.

O objetivo do *primeiro estágio* (etapas 1 e 2) é apresentar e tornar conscientes os elementos que constituem o primeiro esquema de subsunção. Nesse estágio, a relação definidora do primeiro esquema é tornada consciente, em termos de analogia, a partir das concepções intuitivas associadas com o movimento circular e com movimentos oscilatórios, em uma dimensão (cinemática pré-quantitativa).

O objetivo do *segundo estágio* (etapas 3 e 4) é identificar e desenvolver os elementos do primeiro e do segundo esquemas de subsunção. Nesse estágio, será apresentada a relação definidora do segundo esquema, ou seja, a relação de transformação matemática entre coordenadas cartesianas e polares, no plano. O pêndulo cônico e o programa *Tracker* são utilizados como recursos para apresentar e definir as funções horárias da posição e da velocidade em uma dimensão, associadas com o MHS, bem como para estabelecer a relação entre aceleração linear e posição, de modo a estabelecer o conceito de força restauradora.

O objetivo do *terceiro estágio* (etapa 5) é apresentar e desenvolver os elementos que constituem o terceiro esquema de subsunção. Nesse estágio, apresentamos a relação definidora desse terceiro esquema, conectando as dinâmicas do MHS e do MCU, por meio da relação matemática de composição de vetores perpendiculares e da relação entre força central e força restauradora. Ainda com base no terceiro esquema de subsunção, obtém-se a expressão da aceleração centrípeta, a partir de uma estratégia de derivação semi-empírica.

Por fim, o objetivo do *quarto estágio* (etapas 6 e 7) é a prospecção de indícios de aprendizagem significativa e a realização de atividades de integração.

A execução do primeiro estágio é realizada em duas etapas:

(a) *Etapa 1*: destinada à realização de *atividade prospectiva prévia*. A ideia dessa etapa é determinar se os conceitos intuitivos de amplitude, de período e de frequência estão presentes, em movimentos periódicos em geral, de modo a constituírem pontos de partida. No âmbito do produto educacional desenvolvido (MENESES, 2022), essa etapa foi cumprida pela proposição de uma atividade com os estudantes. Essa atividade dividiu-se em duas partes: (i) leitura de um texto a respeito de um movimento periódico (linear); (ii) respostas a um questionário a respeito do texto lido, envolvendo elementos que sobrevirão ao longo da sequência.

Os detalhes dessa atividade prospectiva prévia, contudo, não são muito importantes, pois muitas atividades alternativas àquela apresentada por Meneses (2022) podem ser propostas, contanto que elas sejam capazes de fornecer bons

indícios, para o professor, de que os seus estudantes entendem as ideias associadas com os conjuntos de conceitos pertencentes ao primeiro esquema, tanto do ponto de vista qualitativo, quanto do ponto de vista quantitativo – mais especificamente, a compreensão da relação matemática entre frequência e período.

(b) *Etapa 2*: atividade destinada à exposição de instâncias de movimentos circulares, cujos objetivos são *ênfatizar e tornar conscientes os potenciais subsunções pertencentes ao primeiro esquema de subsunção*. No âmbito do produto educacional desenvolvido (MENESES, 2022), isso foi feito utilizando como exemplos os movimentos planetários, através da apresentação de uma obra cinematográfica⁷, onde foram explorados a percepção de que os movimentos da maioria dos planetas são (aproximadamente) constantes e circulares e o fato de que os planetas possuem diferentes distâncias e períodos de translação em torno do Sol. Da mesma forma que na etapa 1, os detalhes dessa atividade não são muito importantes, pois muitas atividades alternativas às apresentadas por Meneses (2022) podem ser utilizadas para alcançar o mesmo objetivo.

O *segundo estágio* da sequência de aprendizagem é constituído pelas seguintes etapas:

(c) *Etapa 3*: destinada à *utilização do pêndulo cônico e à visualização das sombras projetadas em anteparos, a partir de duas perspectivas ortogonais, e à utilização do programa Tracker para geração dos gráficos das funções horárias para a posição e a velocidade, no MHS*.

Nessa etapa, a relação de analogia do primeiro esquema é superada e substituída pela realização matemática da relação definidora do segundo esquema. Além disso, a relação definidora do segundo esquema é fisicamente concretizada pela constatação de que as sombras projetadas ortogonalmente podem ser identificadas com instâncias de MCU e de MHS – ambos movimentos produzidos sobre anteparos planos – porém, tendo sido geradas sincronicamente, a partir de um mesmo movimento tridimensional.

Essa etapa divide-se em duas partes: (i) observação das projeções ortogonais do movimento do pêndulo cônico; e (ii) geração e observação dos gráficos para a posição e a velocidade, em função do tempo, associados com o movimento da sombra que, projetada, descreve o MHS.

⁷ A obra cinematográfica que exhibe os movimentos planetários consiste no episódio apresentado na plataforma de *streaming* Netflix, da série “O Universo”, 2ª temporada, episódio 15 (MENESES, 2022).

Na figura 1, pode-se ver o pêndulo que foi construído para a aplicação do produto educacional desenvolvido por Meneses (2022)⁸. Esse sistema foi montado com uma luminária circular fixada em torno do ponto de suspensão para produzir uma sombra projetada no plano horizontal. O movimento do pêndulo cônico foi gravado em vídeo e, para permitir a visualização do movimento circular da sombra, foi utilizada, como anteparo, uma cartolina branca, fixada ao chão, onde um círculo de raio determinado foi desenhado. Esse círculo permite verificar se o movimento imprimido ao pêndulo realmente se dá segundo uma trajetória circular. Um segundo anteparo (não mostrado na figura 1) foi fixado na parede, ao fundo, de modo que a iluminação dirigida perpendicularmente à parede projetasse a sombra que permitiu observar o MHS (aproximado).

Figura 1: Pêndulo cônico constituído por um corpo preso a um ponto fixo por um fio de comprimento conhecido



Fonte: Autores

O essencial, nessa etapa, é que os conceitos matemáticos associados com o MCU sejam considerados como potenciais subsunçores (cf. quadro 2). Esses potenciais subsunçores devem ser exibidos e caracterizados, de modo que os estudantes sejam conscientizados de que o MCU é um movimento de um ponto sobre um círculo de raio $r = R$ constante, que pode ser descrito, em termos de coordenadas polares (r, θ) , pelas seguintes equações:

⁸ O pêndulo cônico foi apresentado, na aplicação do produto educacional original, em formato de fotografias e de vídeo (MENESES, 2022).

$$r(t) = r = R \text{ (constante)}, \quad (1)$$

$$\theta(t) = \omega t, \quad (2)$$

onde ω é a *velocidade angular (constante)* associada com o movimento e onde assumimos que a *fase inicial* do movimento é zero, ou seja, a posição do ponto, no instante $t = 0$, está sobre o eixo x , correspondendo ao ângulo $\theta = 0$.

As coordenadas cartesianas associadas com as projeções perpendiculares do movimento do ponto são, portanto, definidas geometricamente como:

$$x(t) = r \cos \theta(t) = R \cos \omega t, \quad (3)$$

$$y(t) = r \sin \theta(t) = R \sin \omega t, \quad (4)$$

As componentes da *velocidade tangencial*, de módulo constante v , nas direções x e y , podem ser obtidas geometricamente, sem a necessidade de se tomar derivadas das funções horárias (3) e (4). Desse modo:

$$v_x(t) = -v \sin \theta(t) = -\omega r \sin \omega t, \quad (5)$$

$$v_y(t) = v \cos \theta(t) = \omega r \cos \omega t, \quad (6)$$

onde $v = \omega r$ é a relação entre as velocidades tangencial e angular no MCU.

Observe-se que, na etapa 3, em virtude da possibilidade de uma dedução geométrica das eqs. (5) e (6), o programa *Tracker* não é exatamente essencial, mas, ele pode ser utilizado para gerar os gráficos correspondentes às componentes da velocidade tangencial e, desse modo, corroborar as formas funcionais dessas equações.

(d) *Etapa 4: destinada à utilização do programa Tracker para relacionar aceleração e posição, no MHS, e para definir força restauradora.* Essa etapa é dividida em duas partes: (i) observação da relação entre as funções trigonométricas que descrevem a posição e aceleração, que podem ser identificadas como uma mesma função horária, porém, diferindo em amplitude e oscilando com diferença de fase de

180°; e (ii) uso da Segunda Lei de Newton para inferir a forma funcional da força restauradora, no MHS, em virtude da proporcionalidade observada entre as funções horárias da posição e da aceleração.

Observe-se que, sem utilizar o conceito de derivada, não é possível determinar as componentes da aceleração centrípeta correspondente ao MCU. Logo, também não é possível obter sua magnitude. Porém, sendo o movimento circular uniforme, isso significa que não pode haver aceleração na direção tangencial. A aceleração deve estar, portanto, na direção radial e a geometria permite concluir, com respeito às suas componentes, que:

$$a_x(t) = -A \cos \theta(t) = -A \cos \omega t, \quad (7)$$

$$a_y(t) = -A \sin \theta(t) = -A \sin \omega t, \quad (8)$$

onde A é uma constante de proporcionalidade positiva, a ser determinada.

Tipicamente, os gráficos das funções horárias gerados pelo programa *Tracker* fornecessem funções cosseno, para a posição $x(t)$ e para a aceleração $a(t)$, e funções seno, para a velocidade $v(t)$ da sombra que executa o MHS. No caso das componentes na direção x :

$$x(t) = x_m \cos(\omega t + \phi), \quad (9)$$

$$v_x(t) = -\omega x_m \sin(\omega t + \phi), \quad (10)$$

$$a_x(t) = -A \cos(\omega t + \phi), \quad (11)$$

onde $x_m = R$ é a amplitude do movimento, ω é a velocidade angular e ϕ é a fase inicial.

O fato, contudo, é que a comparação entre os gráficos das funções $x(t)$ e $a_x(t)$ mostra que a posição e a aceleração diferem apenas na amplitude e na fase de

180°. Portanto, das equações (9) e (11), é possível levar os estudantes a concluir que:

$$a_x(t) = -B x(t), \quad (12)$$

onde $A = Br$, com B sendo uma *constante positiva que deve ter, necessariamente, uma dimensão de frequência ao quadrado*. Portanto:

$$a_x(t) = -\omega^2 x(t). \quad (13)$$

A *Segunda Lei de Newton* implica, desse modo, a existência de uma *força restauradora*, operando sobre o corpo de massa m , no MHS, no sentido contrário ao deslocamento do corpo, em cada instante de tempo, e obedecendo à *Lei de Hooke*, cuja componente na direção x deve ser:

$$F_x(t) = -m\omega^2 x(t) = -kx(t), \quad (14)$$

onde $k = m\omega^2$ é uma constante positiva – que pode ser interpretada como a “dureza” de uma “mola” que, ficticiamente, estaria associada com a força restauradora, no movimento em uma dimensão.

A mesma sequência de argumentos pode ser repetida para as componentes do movimento na direção perpendicular y . Portanto, podemos concluir que:

$$a_y(t) = -\omega^2 y(t), \quad (15)$$

$$F_y(t) = -m\omega^2 y(t) = -ky(t). \quad (16)$$

A etapa 4 tem o programa *Tracker* como elemento essencial ao candidato a instrumento de subsunção, uma vez que ele é quem possibilita tanto a análise do MHS, a partir das projeções da sombra do pêndulo cônico, quanto a sequência de inferências que permite a obtenção da aceleração linear e conduzem à definição de força restauradora.

No *terceiro estágio*, desenvolvemos os elementos que constituem o terceiro esquema de subsunção, os quais podem ser cumpridos em uma única etapa:

(e) *Etapa 5: destinada à definição de aceleração e força centrípeta, no MCU, a partir da aceleração e da força restauradora, do MHS*. Essa etapa divide-se em três partes: (i) identificação da força centrípeta como elemento dinâmico essencial, no MCU; (ii) composição da força centrípeta do MCU, a partir das componentes cartesianas da força restauradora do MHS; e (iii) cálculo da força e da aceleração centrípeta.

Nessa etapa, os estudantes devem ser levados a perceber com extrema clareza que o MCU é um movimento no plano, compreender a necessidade da existência de uma força central para a produção de um movimento circular e que essa força central é tal que o seu módulo precisa ser constante e sua direção deve ser variável. Além disso, precisam reconhecer que essa força centrípeta é uma ação física resultante da composição entre a força peso e a força de tensão produzida pela corda que sustenta o pêndulo cônico.

Em seguida, devem ser levados a perceber que as forças restauradoras perpendiculares dos MHS unidimensionais devem ser as componentes matemáticas necessárias da força central do MCU. Com isso, é possível alcançar uma maneira de obter a expressão da aceleração centrípeta com base em uma espécie de procedimento semi-empírico, que evita as dificuldades associadas com derivadas – e/ou com raciocínios infinitesimais pouco rigorosos – ao mesmo tempo que lhe confere um sentido mais concreto e intuitivo. Ao final, o estudante deve perceber que a aceleração centrípeta deve estar correlacionada, necessariamente, com o módulo da velocidade (tangencial) do pêndulo cônico.

O módulo da aceleração centrípeta pode ser obtido, pela composição das componentes dadas nas eqs. (13) e (15):

$$|\mathbf{a}_{cp}|^2 = a_x(t)^2 + a_y(t)^2 = [-\omega^2 R \cos(\omega t + \phi)]^2 + [-\omega^2 R \sin(\omega t + \phi)]^2. \quad (17)$$

Portanto:

$$|\mathbf{a}_{cp}|^2 = a_{cp}^2 = [-\omega^2 R]^2 = \omega^4 R^2 \quad \Rightarrow \quad a_{cp} = \omega^2 R. \quad (18)$$

Da relação $v = \omega r$, obtém-se:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R}. \quad (19)$$

O *quarto estágio* está destinado a realizar atividades de prospecção de indícios de aprendizagem significativa, bem como atividades que buscam induzir integração do novo conteúdo introduzido⁹. Desse modo, o quarto estágio é desdobrado em duas etapas.

(f) *Etapa 6: destinada à prospecção de indícios de aprendizagem significativa.* No âmbito do produto educacional desenvolvido por Meneses (2022), essa etapa foi cumprida pela proposição de uma atividade com os estudantes.

Na primeira parte, solicitou-se a leitura de dois textos que apresentam uma situação bastante diferente daquela em que se deu o processo de ensino/aprendizagem. Esses textos tratam do movimento oscilatório dos elétrons, em antenas, no processo de geração de ondas eletromagnéticas, na faixa de comprimento de ondas de rádio, e podem ser vistos em Meneses (2022).

Na segunda parte, foi aplicado um questionário, elaborado com base nos textos apresentados. As tarefas contidas nesse questionário buscam averiguar se os estudantes são capazes de fazer a descrição matemática da forma espacial das ondas eletromagnéticas e da intensidade dos campos elétrico e magnético, em um ponto do espaço, ao longo do tempo. Em seguida, é solicitada a comparação do fenômeno oscilatório das ondas eletromagnéticas com os fenômenos matematicamente análogos representados pelo pêndulo cônico e pelo sistema massa-mola, indicando o que eles têm em comum (MENESES, 2022). Todas essas tarefas podem ser cumpridas se o conteúdo contido no candidato a instrumento de subsunção tiver sido, de fato, assimilado de forma considerada significativa, ainda que os estudantes não tenham conhecimento de eletromagnetismo.

É importante comentar que, assim como no caso das atividades prospectivas prévias, os detalhes dessa atividade prospectiva de indícios de aprendizagem

⁹ Atividades de integração são propostas em consonância com o conceito ausubeliano de *reconciliação integradora*. A reconciliação integradora, contudo, não é uma atividade externa, mas, sim, um processo interno de reestruturação mais profunda e global da estrutura cognitiva que, presumivelmente, deve ocorrer após a aprendizagem significativa de um determinado conteúdo haver-se dado. Não se espera, contudo, que esse processo ocorra imediatamente (AUSUBEL, 2003; NOVAK E GOWIN 1984).

significativa não são essenciais, pois muitas atividades alternativas àquela apresentada por Meneses (2022) poderiam ser propostas. A única exigência é que essas atividades sejam capazes de fornecer bons indícios de aprendizagem significativa, nos termos da teoria ausubeliana.

(g) *Etapa 7: destinada à realização de atividades indutoras de integração do conteúdo apresentado.* Solicitamos a elaboração de um mapa conceitual, contendo os elementos que foram abordados ao longo da sequência de aprendizagem. A elaboração de mapas conceituais, ao final do processo, também pode desempenhar a função de atividades de prospecção de indícios de aprendizagem significativa. Contudo, o objetivo desses mapas não é a averiguação, mas, a integração do conteúdo, até porque se sugere que eles sejam feitos com auxílio dos professores. No quadro 4, apresentamos a estrutura do candidato a instrumento de subsunção.

Quadro 4: Candidato a instrumento de subsunção

Estágio	Etapas	Partes
1. Estratégias para identificar, exibir e tornar conscientes os elementos que constituem o primeiro esquema de subsunção.	1. Prospecção dos potenciais subsunçores associados com o primeiro esquema de subsunção.	(i) Movimentos periódicos. (ii) Conceitos intuitivos de amplitude, de período e de frequência.
	2. Exposição de instâncias físicas para tornar conscientes os elementos do primeiro esquema de subsunção.	(i) Observação de movimentos circulares e uniformes, no tempo. (ii) Representações de movimentos circulares com diferentes amplitudes e períodos.
2. Estratégias e recursos fundados nos primeiro e segundo esquemas de subsunção.	3. Pêndulo cônico como realização física do primeiro esquema de subsunção.	(i) Observação das sombras projetadas pelo pêndulo cônico em duas perspectivas que realizam fisicamente o MCU e o MHS. (ii) Obtenção e análise das funções horárias para a posição e a velocidade, no MHS, a partir do MCU.
	4. Programa <i>Tracker</i> como recurso para a realização matemática do segundo esquema de subsunção.	(i) Obtenção e análise dos gráficos gerados para as funções horárias da posição e da aceleração, no MHS, para concluir que são proporcionais entre si, oscilando com diferença de fase de 180° . (ii) Aplicação da Segunda Lei de Newton para a inferir a forma da força restauradora.

3. Estratégias e recursos fundados no terceiro esquema de subsunção.	5. Pêndulo Cônico e Programa Tracker como recursos para a realização do terceiro esquema de subsunção.	(i) Identificação da força central como elemento dinâmico do MCU. (ii) Composição da força centrípeta a partir das forças restauradoras do MHS. (iii) Procedimento semi-empírico para a obtenção das expressões das força e aceleração centrípetas.
4. Prospecção de Aprendizagem Significativa e Integração	6. Prospecção de indícios de aprendizagem significativa.	(i) Leitura e discussão de textos que apresentam uma situação nova, mas análoga à do contexto de ensino/aprendizagem original: movimento dos elétrons na geração de ondas de rádio. (ii) Aplicação de questionários sobre os textos apresentados.
	7. Atividades de Integração dos Conteúdos	(i) Mapa conceitual envolvendo todos os elementos abordados na sequência.

Fonte: Autores.

Considerações Finais

No presente trabalho, apresentamos um candidato a instrumento de subsunção que foi estruturado como uma sequência de aprendizagem para o ensino de conceitos elementares associados com o movimento circular uniforme e o movimento harmônico simples. Para tanto, fundamo-nos nos princípios fundamentais da teoria de aprendizagem ausubeliana e aplicamos a metodologia geral, desenvolvida por Polito e De Barcellos Coelho (2021a, 2021b), que estabelece uma forma possível para a implementação da teoria ausubeliana.

A aplicação da metodologia prevê que a construção dos chamados (candidatos a) instrumentos de subsunção deve dar-se a partir da identificação e da definição dos chamados esquemas de subsunção. São os esquemas que constituem a conexão entre, por um lado, as estratégias de ensino elaboradas para alcançar objetivos bastante específicos e, por outro lado, as presumíveis estruturas subsunçoras e as previamente conhecidas estruturas de conceitos que queremos que sejam aprendidas significativamente.

O candidato a instrumento de subsunção que apresentamos foi elaborado com base em três esquemas de subsunção, segundo a estrutura de uma sequência

de aprendizagem. Esses esquemas serviram como inspiração para a utilização de dois recursos estratégicos que constituem a parte fundamental do instrumento: o pêndulo cônico e o programa *Tracker*.

A partir do pêndulo cônico, estabelece-se a conexão crucial entre os dois tipos de movimentos. Essa conexão é, em seguida, explorada mais profundamente pela utilização do programa *Tracker*, como uma ferramenta “empírico-matemática”, que permitiu fazer inferências entre conceitos, a partir dos gráficos das funções horárias que foram geradas pela computação de movimentos previamente gravados em vídeo.

No seu contexto original de criação, o candidato a instrumento de subsunção foi elaborado como um produto educacional, que foi aplicado uma única vez, em uma instituição pública estadual do Estado de Goiás, em uma turma de 2ª série do Ensino Médio (MENESES, 2022). Esse instrumento original foi reestruturado com o objetivo de torná-lo mais claro e logicamente consistente. A reestruturação, contudo, não afetou os elementos mais essenciais – em particular, os esquemas de subsunção permaneceram praticamente inalterados, assim como o sistema de estratégias e os recursos didáticos utilizados.

Podemos tecer alguns comentários gerais sobre a aplicação do instrumento, na versão originalmente proposta em Meneses (2022). Como avaliação geral, verificamos que a aplicação do produto educacional teve efeitos positivos sobre os estudantes, sobretudo no que se refere ao aspecto motivacional. A resposta positiva dos estudantes, nesse importante quesito, esteve certamente associada com aspectos relativamente inovadores do candidato a instrumento de subsunção.

A análise dos questionários finais e dos mapas conceituais produzidos pelos estudantes não permitiu obter indícios claros de aprendizagem significativa.

Esse resultado, por si só, não tem um significado definitivo. Uma das razões pelas quais a sequência de aprendizagem ainda é um *candidato* a instrumento de subsunção é justamente o fato de que ele ainda não foi aplicado um número estatisticamente relevante de vezes – de fato, ele foi aplicado uma única vez. Um candidato a instrumento de subsunção só se mostrará bem-sucedido – nos termos da metodologia geral de Polito e De Barcellos Coelho – se, além de ser aplicado um número suficiente de vezes, essas aplicações forem realizadas em contextos também suficientemente diversos. E esse é o horizonte futuro para o presente candidato a instrumento de subsunção.

Referências

AUSUBEL, D. P. **The Acquisition and Retention of Knowledge: a Cognitive View**. Dordrecht: Springer Science+Business Media, 2000.

AUSUBEL, D. P., NOVAK, J. D., HANESIAN, H. **Psicologia Educacional**. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

BONVETI, W.; ARANHA, N. Estudo das oscilações amortecidas de um pêndulo físico com o auxílio do “Tracker”. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 37, n. 2, 2015, p.1-9.

FERREIRA, M.; DA SILVA, A.L.S.; OLAVO, L.S.F.; POLITO, A.M.M.; CARVALHO, C.A. Relação entre teorias de aprendizagem e teorias de educação exemplificada pela tecnologia educacional da pesquisa investigativa. **Educação**, v. 45, n. X, 2022, p. 1-16.

MENESES, M. I. R. **Instrumento Didático para Ensino de Conceitos de Movimento Harmônico Simples e Movimento Circular no Contexto da Aprendizagem Significativa Ausubeliana**. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Física) – Instituto de Física, Universidade de Brasília, Brasília, 2022. Disponível em: <https://repositorio.unb.br/handle/10482/44100>.

MOREIRA, M.A. e MASINI, E.A.F. **Aprendizagem Significativa: a Teoria de David Ausubel**. São Paulo: Editora Moraes, 1982.

MOREIRA, M.A. e MASINI, E.A.F. **Teorias de Aprendizagem**. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária LTDA, 1999.

NOVAK, J. D. **Aprender, Criar e Utilizar o Conhecimento: Mapas Conceituais como Ferramentas de Facilitação nas Escolas e Empresas**. Lisboa: Plátano, 2000.

NOVAK, J.D. e GOWIN, D.B. **Aprender a Aprender**. 1ª Edição em português. Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 1984.

OLAVO, L. S. F.; FERREIRA, M.; POLITO, A. M. M.; DE BARCELLOS COELHO, A.L.M. Normatividade e descritividade em referenciais teóricos na área de ensino de Física. **Pesquisa e Debate em Educação**, v. 11, n. 1, 2021, p. 1-33.

POLITO, A.M.M. e DE BARCELLOS COELHO, A.L.M. Uma Metodologia Geral para a Teoria Ausubeliana e sua Aplicação no Desenvolvimento de um Instrumento de Subsunção entre Conceitos de Música e de Física – Parte 1. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 38, n.1, 2021, p. 325-345.

POLITO, A.M.M. e DE BARCELLOS COELHO, A.L.M. Uma Metodologia Geral para a Teoria Ausubeliana e sua Aplicação no Desenvolvimento de um Instrumento de Subsunção entre Conceitos de Música e de Física – Parte 2. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 38, n.2, 2021, p. 805-852.