Revista de Produtos Educacionais e Pesquisas em Ensino
REPPE

Edição Especial
III Congresso Internacional de Ensino - CONIEN
Universidade do Minho - Braga, Portugal, 2024

NÍVEIS DE COMPREENSÃO SOBRE PROCESSOS DE RACIOCÍNIO MATEMÁTICO MANIFESTADOS POR PROFESSORAS DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL AO DISCUTIREM UMA TAREFA DE APRENDIZAGEM PROFISSIONAL

LEVELS OF UNDERSTANDING REGARDING MATHEMATICAL REASONING PROCESSES MANIFESTED BY TEACHERS OF THE EARLY YEARS OF ELEMENTARY EDUCATION WHEN DISCUSSING A PROFESSIONAL LEARNING TASK

Lucas do Nascimento Corrêa[1]
Eliane Maria De Oliveira Araman[2]
Maria De Lurdes Serrazina[3]

Resumo

Entender os aspectos do Raciocínio Matemático (RM) e as formas de promovê-lo em sala de aula tem sido uma vertente defendida por diversos pesquisadores em Ensino de Matemática, bem como por documentos curriculares oficiais de vários países. Porém, nem sempre o entendimento sobre RM e seus processos são claros para os professores, pois muitas vezes não tiveram contato com o RM e seus processos na formação inicial. À vista disso, cursos de formação continuada se tornam necessários e contribuem para o conhecimento especializado dos docentes no sentido de criar oportunidades de aprendizagem sobre o RM para que possam apoiar o seu desenvolvimento nas aulas de matemática. Sendo assim, o presente artigo tem por objetivo analisar e categorizar dados oriundos de um curso de formação continuada que abordou os entendimentos essenciais de RM e seus processos, bem como discutir em que níveis esses entendimentos estão, de acordo com o quadro teórico que discute seis níveis de entendimentos para os processos de RM. Pautados numa

[1] Universidade Tecnológica Federal do Paraná.
[2] Universidade Tecnológica Federal do Paraná.
[3] Universidade de Lisboa.

III CONIEN
Congresso Internacional de Ensino
PESQUISAS NA ÁREA DE ENSINO: IMPACTOS, COOPERAÇÕES E VISIBILIDADE
DE 4 A 6 DE SETEMBRO
BRAGA - PORTUGAL

investigação qualitativa, os dados analisados são áudios transcritos da discussão feita por duas professoras dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental ao resolveram uma Tarefa de Aprendizagem Profissional. Os resultados obtidos indicam que as professoras participantes do curso de formação têm níveis de entendimento que vão do 0 ao 4 e que, evidenciando a pertinência do desenvolvimento de encontros formativos com o desenvolvimento de TAP que contribuam para ampliar o nível de compreensão das professoras.

Palavras chave: Raciocínio Matemático; Níveis de Entendimento; Formação Continuada de Professores.

Abstract
Understanding the aspects of Mathematical Reasoning (MR) and ways to promote it in the classroom has been a focus advocated by various researchers in Mathematics Education, as well as by official curricular documents from several countries. However, understanding MR and its processes is not always clear for teachers, as they often did not have contact with MR and its processes during their initial training. In view of this, continuing education courses become necessary and contribute to teachers' specialized knowledge by creating learning opportunities about MR so that they can support its development in math classes. Therefore, this article aims to analyze and categorize data from a continuing education course that addressed the essential understandings of MR and its processes, as well as discuss the levels at which these understandings are, according to the theoretical framework that discusses six levels of understanding for MR processes. Based on qualitative research, the data analyzed are transcriptions of discussions made by two primary school teachers while solving a Professional Learning Task. The results indicate that the participating teachers in the training course have understanding levels ranging from 0 to 4, highlighting the relevance of developing formative meetings with the development of Professional Learning Task that contribute to enhancing the teachers' level of understanding.

Keywords: Mathematical Reasoning; Levels of Understanding; Continuing Teacher Training.

Introdução

O conhecimento matemático do professor que leciona essa disciplina é fundamental no processo de ensino e aprendizagem, refletindo, diretamente, na compreensão dos alunos em relação aos conteúdos abordados. Além disso, é imperativo que o professor desenvolva estratégias pedagógicas que englobem ações capazes de contribuir para aprendizagem, planejem suas aulas e as conduzam de maneira a apoiar o desenvolvimento do raciocínio matemático (RM) dos alunos. Nesse contexto, é crucial promover uma reflexão aprofundada sobre como os professores constroem seu conhecimento em relação ao RM, tendo em vista que, “o grande desafio do ensino de matemática é o de desenvolver a capacidade de raciocínio dos alunos" (Ponte; Mata-Pereira; Henriques, 2012. p. 355) e que o RM é um aspecto a ser desenvolvido desde os primeiros anos de escolaridade, segundo orientações curriculares internacionais (Ministério da Educação, 2021; MES - Ministry of Education Singapore, 2012; National Council of Teachers of Mathematics, 2000).

Autores como Francisco e Maher (2011), mencionam a importância de criar oportunidades para os professores adquirirem habilidades no desenvolvimento do RM dos alunos. Da mesma forma, Stylianides e Ball (2008) argumentam sobre a importância de capacitar os professores na elaboração e execução de tarefas que estimulem o desenvolvimento do RM em seus alunos. Entretanto, Brodie (2010) afirma que há uma escassez de exploração em relação às estratégias para fomentar as habilidades do RM nos contextos formativos, resultando em uma falta de conhecimento, por parte de muitos professores, sobre como podem colaborar nesse sentido.

Sendo assim, se torna relevante a discussão acerca dos cursos de formação de professores - tanto inicial quanto continuada -, sobretudo ao que se refere ao RM e seus processos, que proporcionem momentos de elaboração de significados e que contribuam para o conhecimento especializado do professor. Dito isso, o presente artigo tem por objetivo, a partir de dados oriundos de um curso de formação continuada que abordou os entendimentos essenciais de RM e seus processos, identificar os níveis de compreensão de duas professoras dos anos iniciais, em uma formação continuada, acerca dos processos de raciocínio matemático.

Aporte teórico

O Raciocínio Matemático e seus Processos

Stylianides (2009), considera o RM como um processo de inferência que utiliza informação matemática já conhecida para obter novo conhecimento ou novas conclusões. Por sua vez, Lannin, Ellis e Elliot (2011), definem o RM como um processo conjunto de conjecturar, generalizar, investigar, argumentar e refutar se necessário. Esses processos supracitados por Lannin, Ellis e Elliot (2011), estão relacionados ao aspecto processual do RM, visto que, Jeannotte e Kieran (2017) destacam dois aspectos que compõem o raciocínio matemático que, embora diferentes, se complementam: o estrutural e o processual.

De acordo com Jeannotte e Kieran (2017), o aspecto processual está relacionado ao RM pelas seguintes óticas:

(i) a procura de semelhanças e diferenças: os processos de generalizar, conjecturar, identificar um padrão, comparar e classificar;

(ii) a validação: os processos de justificar, provar e provar formalmente (demonstrar) e;

(iii) o suporte a outros processos de raciocínio: o processo de exemplificar.

Sob a ótica de Lannin, Ellis e Elliot (2011), o aspecto processual ocorre de forma conjunta entre os processos de conjecturar, generalizar, investigar, argumentar e refutar. O processo de conjecturar, de acordo com Morais, Serrazina e Ponte (2018, p. 555), consiste em "um processo que envolve raciocínio sobre as relações matemáticas, desenvolvendo declarações, nomeadas como conjecturas que requerem maior exploração para verificar se são verdadeiras ou não verdadeiras", pois existe a possibilidade de os alunos realizarem conjecturas apoiadas em raciocínios válidos ou inválidos (Lannin; Ellis; Eliot, 2011). Sendo assim, "os alunos conjecturam quando formulam hipóteses sobre as quais não tem certeza se são verdadeiras ou falsas e que necessitam de ser experimentadas ou examinadas" (Serrazina; Rodrigues; Araman, 2020, p. 21). Identificar um padrão, por sua vez, é um processo que pode levar à elaboração de conjecturas, mas não pode ser igualado ao processo de conjecturar (Stylianides, 2008). Segundo Jeannotte e Kieran (2017, p.10), "é possível identificar um padrão aplicável a um determinado conjunto sem expandi-lo para um conjunto maior".

Quanto ao processo de generalizar, Ponte, Mata-Pereira e Henriques (2012, p. 3) afirmam que este processo "parte de uma conclusão ou conjectura específica para formular uma conjectura de âmbito mais geral". Lannin, Ellis e Elliot (2011), afirmam que os alunos realizam a generalização a partir do momento em que eles observam ideias sobre determinados aspectos particulares de problemas, e elevam essa particularidade para um pensamento mais abrangente. De modo semelhante, Jeannotte e Kieran (2017, p. 9), destacam que o processo de generalizar consiste em "um processo que infere narrativas sobre um conjunto de objetos matemáticos ou uma relação entre objetos do conjunto a partir de um subconjunto deste conjunto".

Comparar, classificar e exemplificar são processos que dão suporte para o desenvolvimento dos outros processos de raciocínio matemático. Jeannotte e Kieran (2017, p. 10), apresentam a atividade de comparar como "um processo de RM que infere, pela busca de semelhanças e diferenças, uma narrativa sobre objetos ou relações matemáticas". Para a atividade de classificar, as autoras relatam que envolve a identificação de pontos comuns e distintos entre objetos diversos, buscando similaridades e disparidades, o que leva à sua agrupação ou segregação em classes com base em propriedades ou definições matemáticas. (Jeannotte; Kieran, 2017).

Considerado como um processo central na investigação matemática, a justificação é, segundo Jeannotte e Kieran (2017, p. 12), "um processo de procura de dados, afirmações e suporte para modificar o valor epistêmico. Justificar é um processo social, podendo assumir dois formatos: (i) justificar a conjectura que surgiu no processo e (ii) relatar a validade que altera o valor epistêmico", Lo e McCrocy (2009) afirmam que, para o processo de justificação, é necessário aos futuros professores que aprendam a justificar de forma a compreender os níveis de justificação, tais como, "fazer provas, compreender a natureza da prova e adaptar o conceito de prova a níveis de desenvolvimento" (Rodrigues; Brunheira; Serrazina, 2021, p. 3).

A Formação do Conhecimento Matemático do Professor

Quando pensamos no RM e seu desenvolvimento em ambiente escolar, é fundamental que, primordialmente, pensemos sobre a formação de professores.

É essencial que os professores compreendam o RM, seus processos e as formas de apoiá-lo em sala de aula. Mas também é necessário que o educador reflita sobre a forma como estabelece conexões com os significados subjacentes a cada processo. Isso implica um cuidadoso planejamento das aulas, seleção de tarefas que sejam propícias para a exploração de conceitos e que estejam intimamente relacionadas ao conhecimento prévio dos alunos pois, segundo Morais, Serrazina e Ponte (2018) no raciocínio matemático, o aluno se engaja em um conjunto complexo de processos mentais, resultando na descoberta de novas proposições (conhecimento novo) a partir de proposições já estabelecidas (conhecimento prévio). Como ressalta Sforni (2015), tão relevante quanto ter clareza sobre os objetivos de aprendizagem desejados, é necessário ao professor dominar os métodos que possibilitam alcançar esses objetivos.

Essas ações didáticas estão diretamente relacionadas a prática docente e, consequentemente, ao conhecimento do professor, que tem sido elaborado e fomentado em formações iniciais, bem como, em alguns casos, em cursos de formação continuada. No que diz respeito a formação inicial de professores que ensinam matemática, Serrazina, Rodrigues e Mendes (apud Ponte, 2022) destacam que

> um dos objetivos da formação inicial é que os futuros professores aprofundem os seus conhecimentos, nomeadamente sobre a Matemática e a sua didática, de modo que possam usar esses conhecimentos quando, na prática pedagógica, tiverem de tomar decisões sobre como, quando e o que ensinar (Serrazina; Rodrigues; Mendes, 2022, p. 51).

Quanto à formação continuada, Araman e Gomes (2020) destacam a formação contínua como uma estratégia fundamental para enfrentar as dificuldades inerentes ao processo de ensino e aprendizagem. Sob esta ótica, a formação contínua emerge como um ambiente propício no qual os educadores podem transcender as limitações oriundas de sua formação inicial. Mais que isso, possibilita-lhes avanço profissional mediante uma reflexão embasada na prática educativa.

Silva, Serrazina e Campos (2014) enfatizam a relevância da reflexão no âmbito do desenvolvimento profissional. Assim sendo, um programa de formação continuada deve fomentar iniciativas que proporcionem aos professores a oportunidade de refletir e debater de forma colaborativa, incentivando o trabalho em equipe e a reflexão conjunta (Anjos, 2023).

Com relação aos processos de RM, estudos de Stylianides e Stylianides (2009), apontam que os futuros professores apresentam dificuldades ou tem compreensões equivocadas sobre eles.

No que diz respeito aos processos de RM supracitados, Jeannotte e Kieran (2017) destacam que, embora o RM seja promovido em documentos curriculares internacionais, a forma como ele é descrito ainda não é muito clara. O RM é introduzido na Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018), contudo, sua abordagem não está adequadamente alinhada aos processos de desenvolvimento e outras características, o que frequentemente resulta em uma falta de eficácia ao transmitir conhecimentos ou prover as informações necessárias para facilitar o seu desenvolvimento em sala de aula. Desta forma, no que tange aos entendimentos desses processos de RM, Rodrigues, Brunheira e Serrazina (2021) elaboraram estudos que analisaram os entendimentos de professores com relação aos processos de RM e elencaram níveis de entendimento e compreensão. Tal estudo busca "descrever o conhecimento sobre os processos de raciocínio matemático de professores e futuros professores, no contexto de uma experiência de formação de futuros professores" (Rodrigues; Brunheira; Serrazina, 2021, p. 3), conforme consta na Tabela 1 a seguir:

Tabela 1: Subcategorias para cada um dos processos de raciocínio

Categoria	Subcategorias
Conhecimento do processo de raciocínio.	5. O conhecimento do processo enquadra-se na definição apresentada, e inclui a sua relação com os outros processos de raciocínio. 4. O conhecimento do processo se encaixa na definição apresentada e é explicitamente delineado ao enunciar as propriedades do processo. 3. O conhecimento do processo se encaixa na definição apresentada e é explicitamente delineado por meio de exemplo(s) ilustrativo(s). 2. Reconhecer um processo de raciocínio, embora considerando apenas os processos "corretos". 1. O conhecimento do processo assume o significado do termo na linguagem cotidiana. 0. O processo é confundido com outros processos.

Fonte: Rodrigues, Brunheira, Serrazina, 2021, p. 6

Rodrigues, Brunheira e Serrazina (2021), destacam elementos que descrevem as subcategorias:

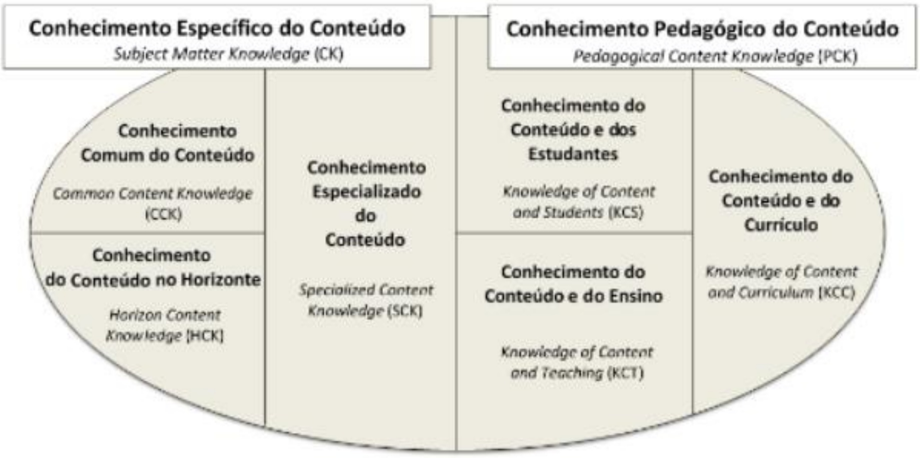
> [...] Enquanto as subcategorias de nível 0 a nível 2 não estão vinculadas às demais, as subcategorias de nível 3 a nível 5 estão todas em conformidade com a definição apresentada, pressupondo relações de inclusão. Assim, o conhecimento da subcategoria nível 4 indica conhecimento das propriedades específicas dos processos, mas também inclui o conhecimento de exemplos que ilustram os processos, das nível anterior. Por sua vez, o conhecimento da subcategoria nível 5, que corresponde ao nível mais alto de conhecimento, indica a relação entre os vários processos de raciocínio, mas também inclui o conhecimento das propriedades específicas dos processos de nível 4 e conhecimento dos exemplos ilustrativos do nível 3. (Rodrigues; Brunheira; Serrazina, 2021, p. 6).

Para que os entendimentos sejam consolidados de forma a obtermos uma melhor compreensão dos processos por parte dos professores e, também, que ofereçam oportunidades para o docente exercer a tarefa de ensinar Matemática promovendo o RM, é necessário que ele tenha muito mais – no âmbito do conhecimento – do que o domínio do conteúdo a ser ensinado. Shulman (2014), relaciona o conhecimento do conteúdo com processos pedagógicos que auxiliam na aprendizagem matemática,

> [...] a base de conhecimento para o ensino está na interseção entre conteúdo e pedagogia, na capacidade do professor para transformar o conhecimento de conteúdo que possui em formas que são pedagogicamente poderosas e, mesmo assim, adaptáveis às variações em habilidade e histórico apresentadas pelos alunos (SHULMAN, 2014, p. 217).

Ball, Thames e Phelps (2008), partem das ideias de Shulman e estruturam um modelo teórico que descrevem os domínios necessários aos professores que permitem caracterizar o "[...] conhecimento matemático necessário para levar adiante o trabalho de ensinar matemática" (Ball; Thames; Phelps, 2008, p. 395, tradução nossa). Os domínios estão contidos na figura a seguir:

Figura 1: Domínios do Conhecimento Matemático para o Ensino



Fonte: traduzido de Ball, Thames e Phelps (2008)

Este modelo teórico do conhecimento matemático para o ensino evidencia a necessidade de uma formação profissional que suporte vários domínios de conhecimento e o conhecimento sobre RM e sobre como promovê-los em sala de aula é, sem dúvida, um importante aspecto, justificando a necessidade de pesquisas como esta. Sendo assim, para o presente artigo, utilizamos as subcategorias elencadas na Tabela 1 para a análise dos dados, a fim de discutir em que níveis estão os entendimentos dos processos de RM por parte dos professores participantes do processo formativo.

Encaminhamentos metodológicos

A pesquisa está inserida numa abordagem qualitativa e interpretativa que, segundo Bogdan e Biklen (1994), versam na interpretação de dados de maneira rigorosa que garantem a aprendizagem e culminam em uma produção de diferentes significados de acordo com diferentes perspectivas, que vai ao encontro do objetivo do artigo que é identificar os níveis de compreensão de duas professoras dos anos iniciais, em uma formação continuada, acerca dos processos de raciocínio matemático, de acordo com o quadro teórico formulado por Rodrigues, Brunheira e Serrazina (2021). Os dados da pesquisa foram coletados no âmbito de um curso de formação continuada desenvolvido com 10 professoras – para este artigo são analisadas as discussões de duas professoras – do Anos Iniciais do Ensino Fundamental de uma escola pública brasileira, e o desenvolvimento desta pesquisa faz parte de um projeto mais amplo, o qual foi submetido e aprovado pelo Comitê de Ética, parecer nº 5.161.835.

Os dados recolhidos, durante a realização do curso, foram compostos de gravação em áudio das discussões das professoras enquanto resolviam as Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP) – que tem o intuito de expandir o domínio do conhecimento do professor (Ball; Thames; Phelps, 2008) e representam uma oportunidade para a aprendizagem profissional (Ball; Cohen, 1999; Ribeiro; Ponte, 2020; Silver et al., 2007), pois agregam elementos que proporcionam tal aprimoramento – propostas pelo formador. Segundo Barboza, Pazuch e Ribeiro (2021, p. 7) “as TAP são compostas de situações a serem exploradas, possibilitando a formulação de conjecturas matemáticas, sua validação, reformulação e a mobilização de conhecimentos necessários à prática letiva”.

O curso de formação supracitado, buscou “compreender como o desenvolvimento de um processo de formação continuada pode contribuir na compreensão dos Entendimentos Essenciais de Raciocínio Matemático para o Ensino de Matemática [...]” (Anjos, 2023, p. 47). e foi realizado em 5 encontros – cada um com 3 horas de duração –, contou, no total, com o desenvolvimento de três TAPs e discussões acerca do tema de RM. O quadro a seguir, apresenta as TAPs que foram realizadas no curso de formação:

Quadro 1: Síntese do desenvolvimento das TAPs no curso de formação continuada

Tarefa de Aprendizagem Profissional	Objetivo
A TAP 1 (O que é o Raciocínio Matemático?) foi desenvolvida no 1° encontro de formação de maneira individual.	Análise e discussões envolvendo alguns registros de prática, tendo como objetivo a identificação das informações que podem ser consideradas como expressão de RM.
A TAP 2 (Identificando os processos de Raciocínio Matemático em resolução de tarefas) foi desenvolvida no 2° encontro de formação, em duplas.	Análise e discussões de alguns registros de prática, tendo como objetivo identificar quais processos de RM estavam sendo mobilizados por alguns alunos do 5º ano, enquanto resolviam uma tarefa exploratória envolvendo o conceito de área e perímetro.
A TAP 3 (Planejamento de uma aula e análise de resolução de tarefas: um olhar para os processos de raciocínio matemático), dividida em 3 partes, foi desenvolvida nos últimos 3 encontros.	Momentos para os participantes do processo formativo discutirem matematicamente a resolução de uma tarefa exploratória, sendo que o objetivo desta etapa foi propor para os participantes um momento de discussão, envolvendo algumas vertentes do conhecimento didático (PONTE, 2012) que julgavam necessários para a aplicação da tarefa e o desenvolvimento da aula.

Fonte: Os autores, adaptado de Anjos (2022, p. 49)

Para além das TAPs, o curso e o professor formador abordaram como ações intervencionistas, leituras e discussões de aspectos teóricos sobre o desenvolvimento do RM presentes na BNCC e na literatura científica, bem como, a elaboração de esquemas que sintetizavam os aspectos que haviam sido discutidos durante o processo de formação.

Gostaríamos de destacar a escolha da TAP 2, pois seu potencial para trabalhar na identificação dos processos de raciocínio matemático corrobora com as análises a serem realizadas e com o objetivo de avaliar o nível de conhecimento e entendimento dos professores ao realizar as identificações dos processos de RM envolvidos nas resoluções. Desta forma, para o presente artigo, dado o limite de páginas, as análises que apresentamos se limitam aos trechos 1, 2 e 3 da TAP 2, como ilustram as figuras 2, 3 e 4 da seção a seguir discutidas pelas professoras 1 e 2 – apenas –, participantes do referido curso. Essa TAP consiste numa tarefa matemática aplicada anteriormente em uma turma do 5º Ano do Ensino Fundamental, cujas resoluções feitas pelos alunos foram recolhidas pelo formador, bem como, a gravação em áudio (e transcrição) das discussões dos alunos, organizados em pares ou trios, enquanto as resolviam.

A Tarefa de Aprendizagem Profissional (TAP)

A TAP 2, cujos trechos 1, 2 e 3 analisamos nesse artigo, tinha como objetivo "a identificação dos processos de RM, por meio de resoluções e transcrições de áudios promovidos durante a resolução de uma tarefa matemática por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental" (Anjos, 2023, p. 52). Os trechos 1 e 2 trazem a resolução escrita de uma tarefa matemática sobre área e perímetro, feita por um aluno do 5º Ano do Ensino Fundamental de uma escola pública brasileira (Morais, 2022). Já o trecho 3 apresenta a discussão realizada pelos alunos Bruno e Maria (nomes fictícios) ao resolverem a tarefa, também sobre área e perímetro (como ilustrado), e faz parte do estudo realizado por Morais (2022).

As professoras 1 e 2 receberam essa TAP e deviam discutir e identificar os processos de RM mobilizados durante a resolução feita pelos alunos. Esse momento de discussão entre as professoras foi gravado em áudio e, posteriormente transcrito. Os dados oriundos dessa transcrição foram analisados, conforme apresentamos a seguir.

Figura 2: Enunciado da TAP 2.

MOMENTO 1 – TAP 2

EM GRUPO

Analise as seguintes resoluções de tarefas e transcrições de áudios e indique quais dos processos de Raciocínio Matemático você consegue identificar em cada resolução ou trecho da discussão entre os alunos. Justifique a sua resposta.

Processos que podem ser identificados:

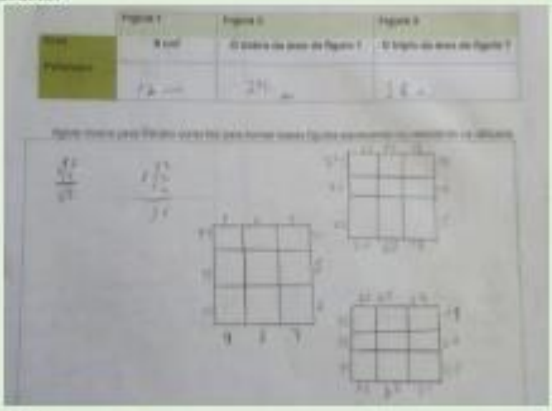
- ***Elaboração de conjectura;***
- ***Generalização;***
- ***Investigação do porquê;***
- ***Justificação;***
- ***Refutação.***

Fonte: Anjos (2023, p. 52)

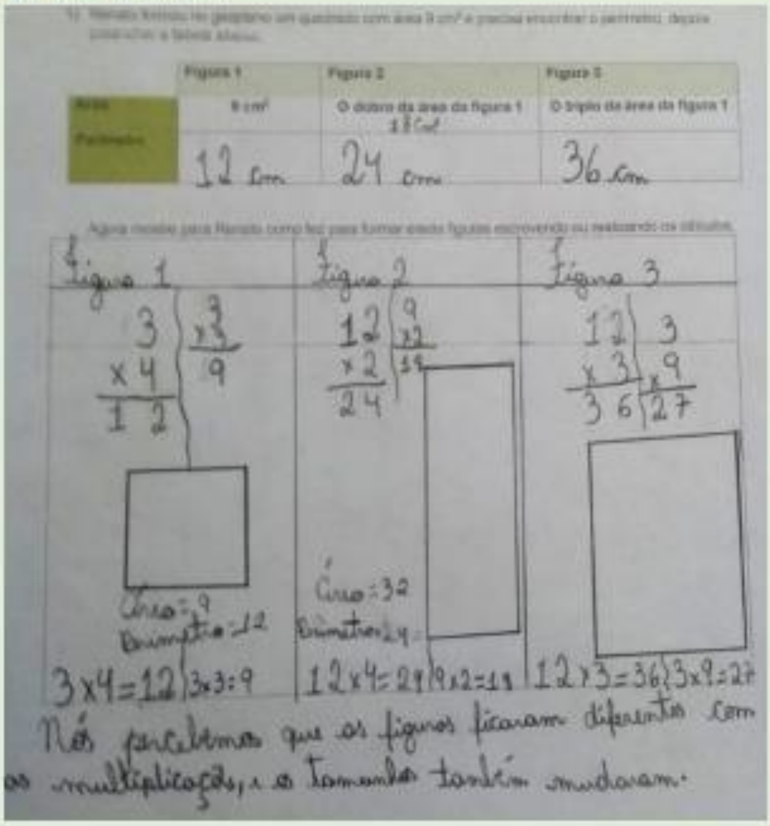
Figura 3: Registros de prática (resoluções) da TAP 2

TRECHO 1: Resolução de tarefa

1) Renato formou no geoplano um quadrado com área 9 cm² e precisa encontrar o perímetro, depois preencher a tabela abaixo:



TRECHO 2: Resolução de tarefa.



Fonte: Anjos (2023, p. 53)

Figura 4: Transcrições de áudios envolvendo a resolução do Trecho 1 da TAP 2

TRECHO 3: Transcrição de áudio envolvendo a resolução da mesma tarefa apresentada no trecho 1.
(Obs.: F1 significa Fala1, F2 significa Fala 2, ...)

F1 - Bruno: Tarefa 3. 1 Renato formou no geoplano um quadrado com área 9 cm² e precisa encontrar o perímetro. Depois preencher a tabela abaixo, tá?
F2 - Maria: Então significa que cada quadrado é 1 centímetro, né?
F3 - Bruno: É. Então, a gente tem que fazer um de 9.
F4 - Maria: Sim! Assim?
F5 - Bruno: Não, mas aí tem? Espera. Ah, precisa fazer 5 mais 4.
F6 - Maria: Pronto. Aí, fiz um quadrado, 3 por 3.
F7 - Bruno: [contando os quadradinhos] 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Então vai ser esse [referindo-se à construção do quadrado no geoplano].
F8 - Maria: O perímetro vai ser... 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12. [contando os segmentos que formam o quadrado de 9 cm² no geoplano].
F9 - Bruno: Tá... então 12. Agora, tem que fazer o dobro. Vai ser 24, o dobro.
F10 - Maria: Tá... Aqui ele tá pedindo o perímetro e o dobro da área da figura abaixo.
F11 - Bruno: Tem que fazer os cálculos aqui, né? Mas, [pausa pensando] 18!
F12 - Maria: Não! Não pode ser 18!
F13 - Bruno: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18 [contando no quadrado do geoplano]. F14 - Maria: Espera!! 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24. Ué que está acontecendo? Não dá? Vamos colocar 24, porque o dobro de 12 é 24.
F15 - Bruno: Ué, vai que assim vai.
F16 - Maria: Acabei de entender o porquê de não está indo: tá vendo que aqui quando a gente faz isso, o que está aqui no meio não fica, 18, 19, 20, 21 e não dá certo de novo, do mesmo jeito? [manuseando o elástico] 22, 23, 24 ... É isso! Fica olhando. Se eu fazer uma [manuseando o elástico], agora conta.
F17 - Bruno: Tem que contar o do meio.

Fonte: Anjos (2023, p. 54)

Resultados

Nesta seção, apresentamos os resultados obtidos por nós a partir da análise das discussões realizadas pelas professoras 1 e 2 da TAP 2, na qual elas analisam e discutem as resoluções feitas por alunos do 5º ano, procurando identificar os processos de raciocínio matemático mobilizados por eles. Na discussão feita pelas professoras, mostradas nos trechos a seguir, procuramos identificar o nível de entendimento dos processos de RM categorizados por Rodrigues, Brunheira e Serrazina (2021), conforme consta na Tabela 1.

Desta forma, para nos referirmos, na transcrição e na análise, às participantes do processo formativo, diremos *Professora1* ou *Professora2* apontando seus respectivos trechos de transcrição (T1, T2, T3, etc.), ao professor formador como *Formador* e, para os alunos que realizaram a tarefa, diremos aluno ou aluna apontando a sua fala (F1, F2, F3, etc.).

> ***[T1] Professora1:*** Ai, o aluno utiliza argumentos matemáticos que usa para explicar que sua conjectura e generalização é válida. Eu acho que é aqui que começa a elaboração (de conjectura), né? Eles começaram a elaborar aqui o F1 até o F6. Eles estão numa elaboração, tentando entender o que está acontecendo. *[Nível 0]*

> ***[T2] Professora2:*** Porque eles pensam assim, o quadrado com 9 centímetros, precisa encontrar o perímetro. Aí eles deduzem que o quadrado tem mais de um centímetro e vai contando. Essa primeira parte, eles estão tentando achar uma... Então, do F1 ao F5. Elaboração de conjecturas. Depois a gente vai repensando, né? F1 a F5, uma elaboração… (escrevendo). *[Nível 0]*
> ***[T3] Professora2:*** Do F1 ao 5, né?
> ***[T4] Professora1:*** É… Depois... "Fiz um quadrado 3 por 3". Então, ele já descobriu. Aqui ele chega...
> ***[T5] Professora2:*** Elaboração de conjectura… depois é o quê?
> ***[T6] Professora1:*** A generalização.
> ***[T7] Professora1:*** "O perímetro vai ser…" Eles contam, né? Contando os segmentos que formam o quadrado de 9 centímetros no geoplano. Então, 12. Agora tem que fazer o dobro. Vai ser 24, o dobro. Eu acho que precisaram ter esses processos. Eles elaboraram uma conjectura, generalizaram a resposta que definiram ali. E criaram a justificativa. Quando ela mostra, né? "Olha aqui, se a gente for fazer assim, vamos…" (se referindo a fala F3 do aluno). *[Nível 0]*
> ***[T8] Professora2:*** A Maria, você fala, aqui no F8? Ela já está fazendo uma investigação do porquê. É… aqui no F7, ele está explicando o porquê 3x3, né? *[Nível 2]*
> ***[T9] Professora1:*** É que continua na generalização, na verdade. Ele assume que existe uma relação matemática válida para qualquer situação. Então, aqui ainda eles estão fazendo uma generalização. Eu acho que daqui pra baixo, quando ela começa a falar, é que eles definem lá que eles vão colocar o dobro, mas essa parte final que ela coloca, que ela vai mostrando, se ligar assim, seria uma…
> ***[T10] Professora2:*** Mas qual F você está falando?
> ***[T11] Professora1:*** No final, na última fala.
> **[T12]** ***Professora2*:** Ah, lá no final, já.
> ***[T13] Professora1:*** Então, essa parte que a gente está vendo agora, seria uma generalização, né? E eles estão investigando tudo aqui, né? Pensando o porquê de cada coisa, né? *[Nível 0]*
> ***[T14] Professora2:*** Exatamente.

No início deste trecho [T1], observamos que a *Professora1* apresenta uma certa dificuldade em compreender o que era informação da tarefa que estava sendo lida e realizada pelos alunos Bruno e Maria, confundindo-a com processos de RM. Para este momento, atribuímos o nível de entendimento 0, visto que ela apresenta uma fala que contém dois dos processos: "o aluno utiliza argumentos matemáticos que usa para explicar que sua conjectura e generalização é válida", mesmo não havendo mobilização do processo de generalização por nenhum dos alunos nas falas citadas pela professora.

Ainda, para a *Professora1*, é de se notar que ela não consegue definir qual é o processo mobilizado no momento em que diz: [T7] - "Eles elaboraram uma conjectura, generalizaram a resposta que definiram ali. E criaram a justificativa." Ao dizer isso, a professora se refere a fala F3 do aluno Bruno. Conseguimos observar, pela fala do aluno (fala F3) que, ao inferir uma possível resolução da tarefa, ele elabora uma conjectura, visto que “os alunos conjecturam quando formulam hipóteses sobre as quais não tem certeza se são verdadeiras ou falsas e que necessitam de ser experimentadas ou examinadas” (Serrazina, Rodrigues, Araman, 2020, p.21). Desta forma, não houve a mobilização do processo de generalização, como citado pela professora.

Novamente, a *Professora1* diz: [T13] - “Então, essa parte que a gente está vendo agora, seria uma generalização, né? E eles estão investigando tudo aqui, né? Pensando o porquê de cada coisa, né?” (se referindo a fala F16, da aluna Maria), ocorre, ainda, um equívoco, pois nesse trecho referido por ela, nessa fala, a aluna Maria (fala F16) refuta a ideia inicial de resolução e justifica o porquê de estarem errados, utilizando de argumentos matemáticos da tarefa.

Com relação à *Professora2*, notamos que há uma percepção equivocada em relação ao processo de RM com os trechos relacionados por ela: [T2] - “Então, do F1 ao F5. Elaboração de conjecturas. Depois a gente vai repensando, né? F1 a F5, uma elaboração…”. Neste momento das falas dos alunos, somente na fala do aluno Bruno (fala F3) é que ocorre a mobilização de um processo de RM (elaboração de conjectura). Desta forma, a professora ainda não consegue apresentar um olhar mais apurado com relação a identificação dos processos nas demais falas citadas no trecho.

Há a ocorrência do Nível 2, onde a *Professora2*, revela entender o processo em que a aluna investiga o porquê do perímetro do quadrado de 9cm² de área, ser igual a 12 [T8], onde a resolução da questão da tarefa, feita pelos alunos, está correta. Em seguida, o professor *Formador*, observando as percepções equivocadas das professoras, intervém, de maneira a conduzir o entendimento delas para os significados dos termos, principalmente no que diz respeito ao termo “conjectura”:

> ***[T15] Formador:*** Qual a conjectura que ele elaborou? Do F1 ao F5, né?
> ***[T16] Professora2:*** É.
> ***[T17] Formador:*** O que é que ele conjecturou?
> ***[T18] Professora1:*** Eles estão tentando chegar... No raciocínio da área.
> ***[T19] Professora2:*** No raciocínio...
> ***[T20] Professora1:*** É isso?! Essa elaboração de conjectura é esse pensamento?
> ***[T21] Formador:*** Isso. É uma afirmação. Qual a afirmação que vocês acham que ele vai conseguir fazer? O que ele está querendo saber?

Porque, de certa forma, ele já apresentou uma ideia. Aí, nessa ideia dele, ele foi investigando. Aí, ele foi apresentando os argumentos. Qual é a ideia que ele trouxe inicialmente? O que pode ser uma ou mais conjecturas, tá? Muitas vezes não fica só em uma.
[T22] Professora2: Que cada quadrado é um centímetro?
[T23] Formador: Tá, mas isso aí é uma…
[T24] Professora1: […] informação que ele tinha.
[T25] Formador: É uma informação que ele tem. Então, é uma conjuntura?
[T26] Professora1: Não.
[T27] Formador: Não, ainda não.
[T28] Professora2: Aqui eles já começaram, então: “A gente tem que fazer um de nove”. Ele já começa a pensar. Quando ele começa a definir como ele vai construir o geoplano. *[Nível 2]*
[T29] Formador: Isso, ele vai definindo, ele vai ter uma ideia.
[T30] Professora2: Vai criando, coloca um, dois, três, quatro, cinco… aqui tem nove.
[T31] Formador: Isso, exatamente!
[T32] Professora1: É aqui que eles estão começando, então, a conjecturar!!?
[T33] Formador: Isso.
[T34] Professora2: Aqui eles estão investigando…
[T35] Professora1: Então, é do F3. Aqui eles estão investigando a primeira parte, criando uma situação. “Então, a gente tem que fazer um de nove” (lendo o diálogo transcrito). Então, a investigação do porquê… *[Nível 2]*

É possível observar, neste trecho, que as professoras necessitaram da intervenção do *Formador* para que conseguissem identificar os processos de formulação de conjectura e de investigação do porquê ([T20], [T28] e [T35]), ainda assim, elas apenas identificaram os processos para os momentos em que eles ocorreram em situações em que o aluno Bruno estava correto ao elaborar a conjectura (fala F3), o que caracteriza a subcategoria de Nível 2. O *Formador*, neste momento, auxilia as alunas a selecionar de forma mais criteriosa as falas para que elas não atribuam a mobilização do processo de conjectura a todas as falas, como estavam fazendo no trecho anterior.

Após essa intervenção, o *Formador* deixa as professoras discutirem sobre o restante da resolução dos alunos presente na TAP, como ilustra a transcrição a seguir:

[T36] Professora1: Então, eu acho que ele começa com a investigação, daí eles tentaram entender como que formou ali o...
[T37] Professora2: Então, do F1 ao F3, eles estão fazendo uma investigação do porquê… Eu acho que não é uma investigação do porquê ainda… *[Nível 0]*
[T31] Professora1: Não sei. É porque a conjectura deles vai se repetir de uma maneira, eles começam a montar…

[T32] Professora1: É então, porque no começo eles começaram investigando, está vendo? Investigaram o porquê. "O cálculo matemático envolve a investigação de vários fatores potenciais que podem explicar porque uma generalização é verdadeira ou falsa" (lendo a definição). Então, eles começaram a investigar. Eles começaram investigar, aí eles chegaram... Eles investigaram, aí eles fizeram uma generalização. Agora, onde fez a generalização? E no final eles fizeram justamente isso… [*Nível 0]*
[T33] Professora2: A generalização... Está nessa parte aqui, onde eles estão contando os quadradinhos. A parte de um conhecimento que eles têm. Porque eles admitem, assumem que existe uma relação matemática, mas dá para qualquer situação. Então, nesse trecho aqui, quando eles começam a contar os quadradinhos, eles estão fazendo uma generalização. *[Nível 0]*
[T34] Professora2: Eles identificaram, definiram que seria um centímetro cada espaço. É, aqui, olha. Generalizar, então, identificar casos semelhantes ou estender o raciocínio para além do intervalo que se originou. Generalizar, então, identificar a aplicação da generalização, regularizando o domínio relevante. Conjecturar e generalizar envolve o uso de esclarecimento do significado de termos, símbolos e representações. Conseguiu mais alguma coisa?
[T35] Professora1: Tentando entender, identificar as palavras…

Nesta etapa da discussão, as professoras ainda buscam analisar o trecho 3 da TAP com o intuito de identificar a mobilização do processo de generalização dos alunos ao resolverem a tarefa, porém, de maneira equivocada ([T39] e [T40]), o que configura a subcategoria de Nível 0, pois as professoras entenderam o momento em que o aluno faz conjecturas como generalização (nas falas F13 e F14 dos alunos).

Observamos que, segundo as professoras, no trecho em que se referem às falas F1, F2 e F3, os alunos estariam investigando o porquê, porém, essas falas (F1 e F2) são dos alunos apenas fazendo a leitura do enunciado, obtendo as informações da tarefa, o que não configura nenhum processo de raciocínio matemático e, consequentemente, não se encaixa em nenhum nível de entendimento, mas na fala F3 há a elaboração de uma conjectura, por isso, caracteriza-se o nível de entendimento 0.

As professoras insistem em identificar o processo de generalização na fala dos alunos e continuam:

[T36] Professora1: Então, aqui tem uma generalização, não é? Bem, tem uma justificação aqui, também. *[Nível 0]*

- Aqui, olha, "não pode ser 18" (se referindo a fala F12), eles já estão... Aqui que eu acho que eles estão investigando o porquê, né? Nessa parte aqui, olha. Aqui, ele está solicitando o perímetro e o dobro da área da figura abaixo. *[Nível 2]*

> ***[T37] Professora2:*** Tem que fazer os cálculos aqui, né? É, aqui é investigativo. "Não, não pode ser 18". Aí o Bruno fala, contando o quadrado geoplano. "Maria: espera". Aí ela conta da diferente. "Ué, o que está acontecendo? Não dá. Vamos colocar 24, porque é o dobro de 12. É 24". (lendo a fala da aluna Maria F14)
> ***[T38] Professora1:*** Então, eu acho que eles começam a fazer a investigação, fazem a generalização, que é o raciocínio ali que a gente estava vendo do F3, que é a partir do ponto de vista de relações matemáticas, e verifica que uma conjectura é válida. Então, eles fizeram a investigação, a generalização e eles chegaram numa... Numa conclusão, numa… *[Nível 0]*
> ***[T39] Professora2:*** Investigação do porquê… uma justificação?! *[Nível 0]*
> ***[T40] Professora1:*** Uma justificação! Porque ele apresenta argumentos matemáticos que validam sua conjectura ou generalização! *[Nível 4]*
> ***[T41] Professora:*** Para validar o que eles estão falando?
> ***[T42] Professora:*** [...] O que eles pensaram… é, porque aqui no final ela vai mostrando para ele. "Olha, acabei de entender o porquê".
> ***[T43] Professora2:*** Porque isso aqui não acontece nessa sequência. Ele pode acontecer em sequências diferentes.

Neste trecho, conseguimos observar que as professoras já conseguem se familiarizar com as definições de cada processo. No entanto, ainda há momentos de confusão dos processos de investigação do porquê, justificação e generalização ([T36], [T38]), o que caracteriza o nível de entendimento 0. Após refletir com mais atenção, a *Professora1* percebe que a aluna Maria, na fala F12, está investigando o porquê do perímetro não ser 18. Desta forma, a professora percebeu que a aluna estava correta em refutar o pensamento do aluno Bruno. Caracteriza-se, então, o nível de entendimento 2.

Neste momento, a *Professora2* apresenta uma melhora no entendimento em relação as definições dos processos de RM de forma que, além de conseguir identificar o processo mobilizado na fala F14 da aluna Maria, usa a mesma para exemplificar ([T36] – "Aqui, olha, "não pode ser 18" (se referindo a fala F12), eles já estão... Aqui que eu acho que eles estão investigando o porquê, né?").

Após refletirem sobre ser uma justificação ou investigação do porquê, as alunas chegam a conclusão de que é mobilizado o processo de justificação e ainda enunciam uma propriedade do processo: "Porque ele apresenta argumentos matemáticos que validam sua conjectura ou generalização", o que caracteriza o nível de entendimento 4.

Continuando as discussões, o *Formador* se aproxima e faz questionamentos:

> ***[T44] Formador:*** Fora de ordem, pode ser que não aconteça.
> ***[T45] Professora2:*** Não parece muito assim.
> ***[T46] Formador:*** Isso pode acontecer, tá?
> ***[T47] Professora2:*** Então, porque a gente entendeu que ele está começando a elaboração de conjectura dele, de pensamento, do que eles têm que fazer para chegar nesse resultado.
> ***[T48] Formador:*** Sim!
> ***[T49] Professora2:*** Aí, ele não tem uma generalização. Ele já vai na investigação… na justificação, olha.
> ***[T50] Professora1:*** Investigam primeiro…
> ***[T51] Professora2:*** Eles investigam...
> ***[T52] Formador:*** O que eles estão investigando?
> ***[T53] Professora2:*** Como que eles vão chegar no dobro…
> ***[T54] Professora1:*** No tamanho, porque eles começaram a pensar que... Cada espaço seria um centímetro, né?
> ***[T55] Professora2:*** Daí eles contam o quadradinho, mas não bate com o dobro.
> ***[T56] Formador:*** Ah, não coincide. O dobro que é...
> ***[T57] Professora2:*** 24. Aí eles contam, olha, da 18, contando no quadrado do geoplano. Maria espera.
> ***[T58] Formador:*** Ou seja, nessa etapa ele está fazendo o quê? Qual processo ele está fazendo?
> ***[T59] Professora2:*** Está investigando o porquê?!!
> ***[T60] Formador:*** Está investigando o porquê, né?
> ***[T61] Professora2:*** É por isso que eu pensei. É a investigação do porquê.
> ***[T62] Formador:*** Exatamente, porque ele já conjecturou. Quanto que vale o perímetro 2? 24. Ele conjecturou isso. Já é uma conjectura o perímetro vale 24. Agora, ele tem que buscar o porquê que vale 24, que é o que eles estão fazendo.
> ***[T63] Professora2:*** Essa investigação.
> ***[T64] Formador:*** Isso, muito bem! A justificação, aí também, como ele justifica isso.
> ***[T65] Professora2:*** Então, foram três processos, né? A verdade que eles fizeram. Elaboração de conjectura, investigação do porquê e a justificação.

Neste trecho, as professoras, participantes da formação, percebem que nem sempre os alunos irão mobilizar todos os processos de RM e que eles não ocorrem de forma sequencial, o *Formador* busca auxiliá-las em momentos de identificação de processos de RM, colaborando para a aprendizagem profissional das professoras.

Desta forma, a primeira parte da TAP se encerra com as professoras conseguindo identificar os três processos mobilizados pelos alunos Bruno e Maria, ao realizarem a tarefa.

Discussão e Considerações finais

O presente artigo buscou compreender os entendimentos essenciais de professores no que tange os processos de RM e discutir em que níveis esses entendimentos estão, a partir de categorização proposta por Rodrigues, Brunheira e Serrazina (2021). Conseguimos perceber que, para um primeiro contato com as definições apresentadas, as professoras evidenciaram compreensões categorizadas nos níveis 0 e 2 e, em apenas um momento, no nível 4, mas ainda não conseguiram atingir o Nível 5. No entanto, ressaltamos que as análises foram realizadas a partir da discussão das professoras participantes durante a execução da TAP 2, desenvolvida no segundo encontro do curso de formação. Assim, consideramos que o curso se mostrou promissor como uma estratégia eficaz para a formação dos conhecimentos necessários aos professores no desenvolvimento do RM, visto que, apenas foram apresentados e discutidos alguns aspectos teóricos sobre o tema e, ainda assim, houve um momento em que o nível 4 foi atingido. Desta forma, com base nos resultados obtidos, construímos um quadro que sintetiza os níveis de entendimentos identificados nas falas das professoras e os respectivos processos relacionados por elas:

Quadro 2: Síntese dos processos de Raciocínio Matemático identificados pelas professoras.

Nível de entendimento	Descrição	Processos de Raciocínio identificados pelas professoras
Nível 0	O processo é confundido com outros processos.	*Professora1:* identifica e confunde os processos de generalização, conjectura e investigação do porquê em diversos trechos. Considera uma conjectura qualquer fala dos alunos. *Professora2:* identifica e confunde os processos de generalização com o de elaboração de conjecturas em diversos momentos da fala dos alunos.
Nível 1	O conhecimento do processo assume o significado do termo na linguagem cotidiana	Não foram encontrados níveis de entendimentos de acordo com a descrição da subcategoria do Nível 1.
Nível 2	Reconhecer um processo de raciocínio, embora considerando apenas os processos "corretos".	*Professoras:* as professoras apresentam identificações de processos de RM sobre as falas dos alunos em que se encaixam na subcategoria de Nível 2 (identificação de conjectura e de investigação do porquê): Houve momentos em que os alunos, ao resolverem a tarefa de maneira correta, elaboram conjecturas e investigam o porquê. Para este

		momento, as professoras identificam os processos de RM citados, esquecendo de considerar que estes processos também ocorrem em momentos em que os alunos traçam estratégias de resolução consideradas erradas e que precisam ser investigadas de forma a alterar o valor epistêmico.
Nível 3	O conhecimento do processo se encaixa na definição apresentada e é explicitamente delineado por meio de exemplo(s) ilustrativo(s).	Não foram encontrados níveis de entendimentos de acordo com a descrição da subcategoria do Nível 3.
Nível 4	O conhecimento do processo se encaixa na definição apresentada e é explicitamente delineado ao enunciar as propriedades do processo.	Houve apenas um momento em que a *Professora1* apresenta a identificação do processo de justificação e ainda enuncia uma propriedade do referido processo.
Nível 5	O conhecimento do processo enquadra-se na definição apresentada, e inclui a sua relação com os outros processos de raciocínio.	Não foram encontrados níveis de entendimentos de acordo com a descrição da subcategoria do Nível 5.

Fonte: Autoria própria

Destacamos que, a intervenção do formador foi essencial para a compreensão das professoras no momento de discussão, porém, não podemos categorizar esses entendimentos com a subcategoria de nível 5, visto que elas não inferiram sozinhas sobre o trecho no momento em que o formador as questionava, porém, a intervenção auxiliou na compreensão das professoras para outros entendimentos, como exemplo, podemos citar o momento em que as professoras compreendem que não serão em todos os momentos que o alunos irão mobilizar todos os processos de RM, bem como, eles não acontecem de forma sequencial. Ressaltamos, também, a importância dos aspectos do processo formativo: o processo formativo em si, que oportunizou às professoras o momento de discussão e reflexão sobre o RM e seus processos, contribuindo para o conhecimento delas em relação ao desenvolvimento do mesmo em sala de aula, que segue em consonância com a ideia de Santos et al. (2022), que afirmam que quando os professores colaboram com colegas na elaboração de planos, os implementam em suas práticas, selecionam momentos específicos dessas práticas e refletem sobre o progresso dos estudantes junto a outros professores, é altamente provável que experimentem um desenvolvimento profissional significativo.

Outro aspecto a destacar é a TAP que, bem estruturada com boas resoluções, apresentou um potencial para a elaboração de investigação e significados dos processos de RM mobilizados pelos alunos. Segundo Barboza (2019), essas tarefas são centradas na prática docente, incorporam conceitos matemáticos e exigem o uso de conhecimentos tanto matemáticos quanto didáticos. Elas promovem discussões que favorecem reflexões sobre a prática, são elaboradas a partir de registros de atividades anteriores e incentivam o engajamento em debates coletivos.

Segundo Barboza, Pazuch e Ribeiro (2021, p. 7) a "interação entre os professores e o formador, no uso de TAP, possa ser um fator importante à promoção de oportunidades de aprendizagem, baseadas na prática". Desta forma, o papel do formador se fez necessário por alguns momentos da discussão e auxiliou as professoras na compreensão e identificação dos processos, tornando possível às professoras atingir o nível 4 de entendimento.

O presente artigo faz parte de uma pesquisa ainda em andamento, e pretendeu apresentar resultados parciais de um estudo que objetiva, como futuros desdobramentos, apresentar resultados de outras TAP resolvidas pelas mesmas professoras, e acompanhar o desenvolvimento da elaboração dos significados dos processos de RM.

Agradecimento

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) o apoio recebido na realização dessa pesquisa.

Referências

ANJOS, L. Q. **Contribuições de um processo formativo para professores dos anos iniciais visando a compreensão dos entendimentos essenciais de raciocínio matemático**. 2023. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2023.

BALL, D. L.; COHEN, D. K. Developing practice, developing practioners: toward a practicebased theory of professional education. In: SYKES, G.; DARLING-HAMMOND, L. (org.). **Teaching as the learning profession**: Handbook of policy and practice. San Francisco:Jossey Bass, 1999. p. 3-32.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content Knowledge for Teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, Thousand Oaks, v. 59, p. 389-407, 2008.

BARBOZA, L. C. S. **Conhecimento dos professores dos anos iniciais e o sinal de igualdade**: uma investigação com tarefas de aprendizagem profissional.2019. 194 f. Dissertação (Mestrado em Ensino e História das Ciências e da Matemática) – Universidade Federal do ABC, Santo André, SP, 2019.

BARBOZA, L. C. S.; PAZUCH, V.; RIBEIRO, A. J. Tarefas para a aprendizagem de professores que ensinam matemática nos anos iniciais**. Zetetike**, Campinas, SP, v. 29, n. 00, p. e021009, 2021. DOI: 10.20396/zet.v29i00.8656716. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8656716. Acesso em: 15 abr. 2024.

BOGDAN, R; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação**. Porto: Porto Editora. 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasilia, 2018.

BRODIE, K. Teaching mathematical reasoning in secondary school classrooms. New York, NY: Springer, 2010.

FRANCISCO, J.M., MAHER, C.A. Teachers attending to students' mathematical reasoning: lessons from an after-school research program. **J Math Teacher Educ 14**, 49–66 (2011). https://doi.org/10.1007/s10857-010-9144-x

JEANNOTTE, D; KIERAN, C. A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, v. 96, n. 1, 2017.

LANNIN, J.; ELLIS, A. B.; ELLIOT, R. **Developing essential understanding of mathematics reasoning for teaching mathematics in prekindergarten-grade 8. Reston**, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2011.

LO, J., MCCRORY, R. Prova e comprovação em matemática para futuros professores do ensino fundamental. Em FL Lin, FJ Hsieh, G. Hanna, & M. de Villiers (Eds.), ICMI estudo 19: **Demonstração e comprovação em educação matemática** (Vol. 2, pp. 41–46). Departamento de Matemática, Universidade Normal Nacional de Taiwan, 2009.

MATA-PEREIRA, J.; PONTE, J. P. Promover o Raciocínio Matemático dos Alunos: uma investigação baseada em design. **Bolema**, Rio Claro, v. 32, n. 62, p. 781–801, 2018.

MES – Ministry of Education Singapore. Mathematics syllabus: Primary one to six. 2012.
https://www.moe.gov.sg/docs/defaultsource/document/education/syllabuses/sciences/files/mathematics_syl
labus_primary_1_to_6.pdf.

MORAIS, R. S. Processos de raciocínio matemático mobilizados por estudantes do 5º ano ao argumentar matematicamente a respeito de figuras geométricas planas. 2022. 152 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal doParaná, Cornélio Procópio.

RODRIGUES, M., BRUNHEIRA, L., SERRAZINA, L. A framework for prospective primary teachers' knowledge of mathematical reasoning processes**. International Journal of Educational Research**, 107, 101750-101761, 2021. ISSN: 0883-0355. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ijer.2021.101750.

SANTOS, L. et al. Teachers' understanding of generalizing and justifying in a professional development course. **Eurasia journal of mathematics science and technology education**, v. 18, n. 1, p. em2067, 2022.

SERRAZINA, M. L.; RODRIGUES, M.; ARAMAN, E. M. O. Envolver os alunos em processos de raciocínio matemático: as ações do professor. **Psicologia em Pesquisa**, Juiz de For a, 14(1), p. 18 – 36, 2020.

SILVA, A. DA F. G.; SERRAZINA, M. DE L.; CAMPOS, T. M. M.. Formação Continuada de Professores que Lecionam Matemática: desenvolvendo a prática reflexiva docente. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 28, n. 50, p. 1505–1524, dez. 2014.

SHULMAN, Lee S. Conhecimento e ensino: fundamentos para a nova reforma. Cadernos Cenpec | Nova série, [S.l.], v. 4, n. 2, jun. 2014. ISSN 2237-9983. Disponível em: http://www.cadernos.cenpec.org.br/cadernos/index.php/cadernos/article/view/293 . Acesso em: 14 abr. 2024. doi:http://dx.doi.org/10.18676/cadernoscenpec.v4i2.293.

STYLIANIDES, A.J., BALL, D.L. Understanding and describing mathematical knowledge for teaching: knowledge about proof for engaging students in the activity of proving. J Math Teacher Educ 11, 307–332 (2008). https://doi.org/10.1007/s10857-008-9077-9

STYLIANIDES, A.J., STYLIANIDES, G.J. Proof constructions and evaluations. **Educ Stud Math** 72, 237–253 (2009). https://doi.org/10.1007/s10649-009-9191-3

PONTE, J. P.; MATA-PEREIRA, J.; HENRIQUES, A. O raciocínio matemático nos alunos do ensino básico e do ensino superior. Práxis Educativa, Ponta Grossa, v. 7, n. 2, p. 355-377, jul./dez. 2012.