

Um Produto Educacional para o Ensino de Equações Diferenciais Ordinárias em um curso de Formação Docente

An Educational Product for the Teaching of Ordinary Differential Equations in a Teachers' Education course

Adriana Helena BORSSOI¹
Talita Breschiliare Piffer FREIRE²
Karina Alessandra Pessoa da SILVA³

Resumo

Os cursos de mestrado profissional têm como exigência a elaboração de um produto educacional⁴ que deve ser implementado em condições reais de ensino durante o estágio supervisionado dos mestrandos. Neste artigo, apresentamos a concepção, fundamentação, estruturação e desenvolvimento de uma das atividades componente de um produto educacional no formato hipermídia que foi implementado em uma turma de licenciatura em Matemática na disciplina de Equações Diferenciais Ordinárias. Nesta atividade faz-se uso da tecnologia por meio de um objeto de aprendizagem que integra uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa. A análise foi subsidiada pelos registros escritos e falados dos alunos durante o desenvolvimento da atividade. Para a codificação do corpus de análise nos apoiamos na Análise Textual Discursiva, utilizando o software de análise qualitativa Atlas TI 8.0. Esse procedimento de análise contribuiu para avaliar a proposição da atividade, bem como para validar o objeto de aprendizagem elaborado para compor o produto educacional.

Palavras-chave: Educação Matemática; UEPS; Tecnologias; Campo de Direções.

Abstract

The professional master's courses have as requirement the elaboration of an educational product that must be implemented in real conditions of teaching during the supervised stage of the masters. In this article, we present the conception, foundation, structuring and development of one of the activities component of an educational product in the hypermedia format that was implemented in a class of degree in Mathematics in the discipline of Ordinary Differential Equations. In this activity the use of technology is made through a learning object that integrates a Potentially Meaningful Teaching Unit. The analysis was subsidized by the written and spoken records of the

¹ Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela UEL. Docente do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Londrina.

² Mestranda do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Londrina. Docente da Secretaria de Educação do Estado do Paraná.

³ Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela UEL. Docente do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Londrina.

⁴ <https://sites.google.com/alunos.utfpr.edu.br/talitapifferfreire>

students during the development of the activity. For the coding of the corpus of analysis we support the Discursive Textual Analysis, using the software of qualitative analysis Atlas TI 8.0. This analysis procedure contributed to evaluate the proposition of the activity, as well as to validate the learning object elaborated to compose the educational product.

Keywords: Mathematical Education; PMTU; Technology; Direction Fields.

Introdução

Este texto traz resultados parciais de uma investigação inserida na linha de pesquisa Recursos Educacionais e Tecnologias no Ensino de Matemática do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Nesse contexto, espera-se que a investigação contemple o desenvolvimento de recursos educacionais para os processos de ensino e de aprendizagem da matemática atrelados a aportes tecnológicos voltados ao ensino.

O Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática⁵ da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (PPGMAT) considera o produto educacional como um instrumento didático-pedagógico que visa auxiliar o trabalho docente. Entende que pode se constituir como: mídias educacionais (vídeo-aulas, animações, simulações, objetos de aprendizagem, páginas de *internet*, jogos educacionais), propostas de ensino (sugestões de experimento e outras atividades práticas, sequência didáticas, propostas de intervenção, roteiros de oficinas e aulas), livros paradidáticos, capítulos de livros didáticos e afins. Sua implementação deve se dar em condições reais de ensino, devendo ser elaborado e/ou aplicado durante o Estágio Supervisionado dos mestrandos e deve ser utilizado como fundamento norteador e objeto de análise do trabalho de dissertação. Esta caracterização segue as diretrizes da CAPES (2017, 2013), no que tange a concepção e a missão dos mestrados profissionais.

Com este artigo, compartilhamos aspectos envolvidos com a concepção, fundamentação, estruturação, aplicação e análise parcial de um produto educacional, que se constitui como parte da investigação sobre o ensino de Equações Diferenciais Ordinárias (EDO) em um curso de formação de docentes. O delineamento da investigação se pautou na organização de um material de ensino com vistas na aprendizagem dos alunos. Assim, o referencial sobre Unidades de Ensino

⁵ www.ld.utfpr.edu.br/ppgmat

Potencialmente Significativa (UEPS) se mostrou adequado aos nossos propósitos, de modo que assim se constituiu o produto educacional resultante de nosso trabalho de investigação.

Quando o material de ensino é elaborado para auxiliar o professor e também a aprendizagem do aluno, o mesmo é denominado de Material Curricular Educativo” (DAVIS; KRAJCIK, 2005; REMILLARD, 2005, apud BARBOSA; OLIVEIRA, 2014). Esses materiais apresentam além da versão do aluno, um aporte para o professor, que pode ocorrer na forma de uma descrição, de narrativa, de relato de experiências ou mesmo de um vídeo. Desse modo, o produto educacional apresentado pode ser entendido como um Material Curricular Educativo.

Neste texto, trazemos uma das atividades que integram o produto educacional - um objeto de aprendizagem para o conceito de campo de direções. Para a definição de objeto de aprendizagem nos pautamos no que diz o *Learning Technology Standards Committee* (LTSC) para o qual o mesmo se caracteriza como “qualquer entidade digital ou não digital que pode ser utilizada, reutilizada ou referenciada durante o aprendizado apoiado pela tecnologia” (IEEE, 2002).

Os objetos de Aprendizagem devem preservar determinadas características para que se configurem como tal: reusabilidade, adaptabilidade, granularidade, acessibilidade, durabilidade e interoperabilidade. Devem ser inseridos em espaços virtuais, denominados repositórios, de modo que sejam facilmente acessíveis pela *internet*. Assim, um objeto de aprendizagem pode ser utilizado de forma ilimitada e em diferentes situações de ensino, podendo ser adaptável aos propósitos educacionais e acessado em diferentes sistemas operacionais, bem como ser reutilizado, independente das mudanças tecnológicas.

Na segunda seção deste texto, trazemos a fundamentação sobre Unidades de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS). Na terceira seção indicamos os encaminhamentos metodológicos referentes a constituição e análise do produto educacional. Na quarta seção apresentamos elementos sobre o produto educacional e uma análise pontual. Na última seção trazemos algumas considerações a respeito das ações empreendidas.

Unidades de Ensino Potencialmente Significativa como aporte Teórico

A preocupação existente, por parte de pesquisadores e professores, quanto à eficácia do ensino, se mostra uma característica comum tanto no meio acadêmico

quanto em sala de aula. Falar em aprendizagem significativa, ou aprender de forma significativa não é uma discussão desmerecida, no entanto, o contexto da aprendizagem significativa muitas vezes é tido sem que se faça menção à teoria que lhe é pertinente - a Teoria da Aprendizagem Significativa de David Paul Ausubel (1918-2008) - que ainda em meados da década de 1960 realizou uma primeira tentativa de se opor à aprendizagem por memorização.

Existem fatores que podem ser levados em consideração quando questionamos a aprendizagem dos alunos. No entanto, Moreira (2011) ressalta duas condições primordiais para que a aprendizagem significativa se consolide, uma das condições diz respeito à predisposição positiva que o aluno apresenta para aprender, enquanto a outra condição está relacionada ao material de ensino, que deve apresentar um significado lógico para o aprendiz, fazendo relações entre os conhecimentos existentes na estrutura cognitiva do aluno e o novo conhecimento, este material deve ser considerado potencialmente significativo.

Moreira (2011) enriquece a teoria de Ausubel e propõe que o material utilizado seja uma sequência de ensino que possua características próprias de forma a favorecer a aprendizagem, chamando esse material de Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS).

Estas UEPS devem ser guiadas pelos pressupostos da Aprendizagem Significativa e sempre se remeter aos conhecimentos prévios que os aprendizes possuem, chamados de subsunçores⁶. Situações-problema devem ser utilizadas de forma que possam relacionar os novos conhecimentos aos subsunçores existentes, dando sentido a esses novos conhecimentos. A utilização de situações-problema no momento de ensino e aprendizagem deve levar em consideração um nível crescente de complexidade e os princípios da Aprendizagem Significativa que devem acontecer de maneira dinâmica e simultânea - a Diferenciação Progressiva e a Reconciliação Integradora.

Na Diferenciação Progressiva os conhecimentos são apresentados partindo do mais geral para o mais específico, de forma que o aluno seja capaz de identificar as diferenças e generalizações do conteúdo, havendo modificação nos subsunçores existentes. Enquanto na Reconciliação Integradora deve ocorrer uma recombinação

⁶ Segundo Moreira (2011, p. 14) “subsunçor é o nome que se dá a um conhecimento específico, existente na estrutura de conhecimentos do indivíduo, que permite dar significado a um novo conhecimento que lhe é apresentado ou por ele descoberto.”

de informações na estrutura cognitiva do aprendiz, a produção de novos significados e a eliminação de possíveis diferenças que existiam anteriormente.

Em uma UEPS, Moreira (2011) propõe que existam oito passos que devem ser observados: o professor deve primeiramente definir qual o tópico de ensino irá abordar (Passo 1), posteriormente deve instigar discussões e situações em que os alunos possam externalizar seus conhecimentos a fim de reconhecer os subsunçores de cada aprendiz (Passo 2).

Reconhecidos os subsunçores o professor deve propor situações-problema em nível introdutório de complexidade (Passo 3), para que os alunos reavivem os subsunçores presentes e estejam preparados para a introdução de um novo conhecimento. Assim o mesmo poderá apresentar esse novo conteúdo de maneira geral levando em consideração a Diferenciação Progressiva (Passo 4). O passo seguinte (Passo 5) é retomar esses aspectos gerais estabelecendo um nível mais alto de complexidade, dando novos exemplos promovendo a Reconciliação Integradora.

Para conclusão da UEPS o processo da Diferenciação Progressiva deve ser retomado observando as características mais relevantes do conteúdo que está sendo estudado, propondo novas situações-problema como atividades colaborativas, que obedeçam a níveis de complexidade mais altos e que possam ser discutidas em um grande grupo (Passo 6). Nesta etapa é necessário que o professor realize uma avaliação somativa individual (Passo 7), em que deverão ser propostas atividades que impliquem na compreensão e que evidenciem a captação de significados a partir das atividades que foram propostas anteriormente.

Com o intuito de consolidar a avaliação, o professor deve realizar registros de todas as atividades realizadas ao longo da UEPS, relatando evidências da ocorrência da Aprendizagem Significativa, verificando a captação de significados, a compreensão, a capacidade de explicar e aplicar o conhecimento que possivelmente aprendeu em novas situações-problema. Essas evidências registradas fortificam a UEPS como exitosa (Passo 8).

Levando em consideração os oito passos mencionados anteriormente e tendo em vista a constante evolução tecnológica que presenciamos há algumas décadas, podemos entender que o ensino pode contar com o auxílio da tecnologia, no entanto, a pergunta que nos apresenta é: como? Uma das possíveis maneiras para tentar responder a essa pergunta seria utilizando objetos de aprendizagem.

Encaminhamento metodológico

Diferentes encaminhamentos metodológicos se fizeram necessários para que o produto educacional fosse delineado. Descrevemos de forma breve as principais ações que nortearam o desenvolvimento da investigação como um todo e que possibilitou construir o produto almejado:

- Estudo bibliográfico para definir nosso aporte teórico, que além dos referenciais sobre UEPS, e por consequência a Teoria da Aprendizagem Significativa, compreende referenciais da Educação Matemática, mais especificamente sobre as tendências: modelagem matemática, investigações matemáticas e tecnologias digitais aplicadas ao Ensino de Matemática.

O recorte da investigação que trazemos nessa ocasião refere-se a uma das atividades que compõe nosso produto educacional. Trata-se de um objeto de aprendizagem denominado Campo de Direções. Esta é uma das dez atividades elaboradas para o ensino de Equações Diferenciais Ordinárias para alunos do sexto semestre do curso de Licenciatura em Matemática das Faculdades Integradas do Vale do Ivaí (PR), onde se desenvolveu o estágio de docência requerido pelo mestrado profissional em questão.

- Definição do referencial metodológico para análise dos dados pautamos nos pressupostos da pesquisa qualitativa (LÜDKE; ANDRÉ, 1986). Optamos pela Análise Textual Discursiva como aporte metodológico, considerando orientações de Moraes (2003), Moraes e Galiazzi (2006), Luccas (2011), Galiazzi e Ramos (2013) e Silva (2017), fazendo o encaminhamento da análise segundo um processo auto-organizado de construção e compreensão onde novos entendimentos emergem de uma sequência recursiva de três componentes: a desconstrução e unitarização do *corpus* de análise, o estabelecimento de relações ou processo de categorização e a elaboração do metatexto (MORAES, 2003).

Como recurso auxiliar no tratamento dos dados optamos pelo uso do software de análise qualitativa Atlas TI 8.0⁷, devido seu potencial para a organização dos dados e para o processo analítico.

- Estudo de diferentes recursos tecnológicos, tanto no sentido de conhecer potencialidades de uso de recursos educacionais digitais disponíveis

⁷ O Atlas TI é uma marca registrada da Scientific Software Development GmbH (<http://atlasti.com/es/>, acessado em 01 de junho de 2017). Uma licença de Estudante foi adquirida pela mestranda para auxiliar a realização da análise dos dados da investigação.

(softwares, aplicativos da internet, ambiente virtual de ensino e aprendizagem, etc.), quanto para desenvolvimento de objetos de aprendizagem e outros recursos digitais que comporiam a UEPS, e os necessários para o desenvolvimento da interface do produto educacional.

Embora nosso produto educacional já esteja constituído e já tenha sido desenvolvido em condições reais de ensino, seu compartilhamento com a comunidade acadêmica e público em geral se dará após finalizarmos as análises decorrentes dos dados levantados do desenvolvimento da UEPS. As análises se encaminham no sentido de lapidar o produto educacional, resultante do exercício de pensar o ensino com vistas na aprendizagem dos alunos e será externado no formato de hipermídia educacional⁸ associada a uma página de *internet*. A representação de sua interface preliminar é apresentada na Figura 1. Neste espaço, parte do material, já validado em decorrência das análises empreendidas, estão disponíveis.

Figura 1 - Página inicial do Produto Educacional



Fonte: <https://sites.google.com/alunos.utfpr.edu.br/talitapifferfreire>

Estas ações se iniciaram no primeiro semestre de 2016, quando o contexto para o qual o produto educacional seria desenvolvido já havia se definido. Como já adiantamos, trata-se de uma turma do sexto semestre do curso de Licenciatura em

⁸ Para Paiva (2001) "... os sistemas de autoria hipermídia educacional são ambientes que facilitam a criação de aplicações educacionais apoiando atividades tais como o planejamento, o projeto e a implementação dessas aplicações. Esses sistemas são utilizados, de forma geral, para permitirem a construção de aplicações educacionais que possam auxiliar a prática pedagógica, de forma a tornar as aulas mais dinâmicas e oferecer aos aprendizes a possibilidade de construir e integrar o próprio conhecimento, de acordo com seus interesses e objetivos".

Matemática de uma instituição privada de ensino, onde a pesquisadora em formação no mestrado profissional atua como docente.

O desenvolvimento da UEPS aconteceu no segundo semestre de 2016 ao longo das 60 horas-aula destinadas à disciplina, em encontros semanais de três horas-aula. A turma, de 21 alunos em formação inicial para docência de Matemática aceitou participar da investigação, que também foi formalmente autorizada pela instituição. Os alunos desenvolveram as atividades em grupos de 4 a 6 integrantes.

Foi realizado o registro em vídeo ou áudio de uma grande parte dessas aulas, assim, nem todas elas serão motivo de análise, tendo visto que o corpus da análise se constituiria em um material muito extenso. Assim, esse corpus é constituído por 115 documentos que foram coletados mediante observações estruturadas, participante e natural (LÜDKE; ANDRÉ, 1986), em arquivos digitalizados de registros dos alunos organizados em cadernos, arquivos digitais decorrentes das diferentes atividades desenvolvidas, respostas a questionários (sendo um antecedendo o início da UEPS e outro ao final da mesma), registros da avaliação final, vídeos das aulas, focalizando toda a turma e vídeos ou áudios dos grupos separadamente.

Para o processo de análise, os documentos foram organizados no software Atlas TI 8.0 e sistematicamente codificados, de acordo com a metodologia de Análise Textual Discursiva, a partir da qual emergiram categorias de análise. Na próxima seção apresentamos parte do material que compõe a UEPS e o produto educacional, bem como uma parte da análise dos dados.

Elaboração, desenvolvimento e análise de uma atividade desenvolvida no Produto Educacional

Sobre a elaboração

O produto educacional de que tratamos neste artigo foi estruturado como uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS). A elaboração desta levou em conta os oito passos propostos por Moreira (2011), que seguem critérios como a verificação de subsunçores, a introdução de organizadores prévios e o avanço em complexidade quanto aos conceitos matemáticos na proposição de atividades para o estudo de Equações Diferenciais Ordinárias.

Outro aspecto que influenciou na elaboração das atividades componentes da UEPS foi a natureza do curso de graduação. Por se tratar de um curso de formação docente, consideramos importante que os alunos possam conhecer diferentes

abordagens pedagógicas, do ponto de vista do aluno, para que se sintam familiarizados e possam ser estimulados a utilizá-las futuramente em suas práticas docentes. Assim, foram inseridas atividades de modelagem matemática, de investigação matemática e uso de recursos educacionais digitais.

Algumas atividades necessitaram de mais cuidado que outras. Para alguns passos da UEPS foram produzidos textos, propostas situações-problemas e realizados exercícios no padrão de livros didáticos. No entanto, em outros passos foram propostas atividades de modelagem matemática ou uso de um objeto de aprendizagem para uma investigação matemática, as quais necessitaram de mais atenção, por serem elementos novos no contexto de ensino.

Para a elaboração do material hipermídia integrado à página de *internet*, as atividades propostas na UEPS foram organizadas em pastas contendo todos os arquivos (textos, descrições, objetos de aprendizagem, vídeos, programas) necessários para a atividade. A opção por organizar a página após o desenvolvimento da UEPS se deve a intenção de, a partir das análises empreendidas, disponibilizar o material já validado e com adequações necessárias para assegurar o caráter de ser potencialmente significativo.

Neste artigo trazemos a elaboração de uma dessas atividades, em que um objeto de aprendizagem foi produzido a fim de se introduzir o conteúdo de Campo de Direções – denominação dada à uma das atividades que compõe o quinto passo da UEPS.

Com essa atividade, além de verificarmos os subsunçores dos alunos (tais como: derivada de uma função em um ponto, e suas diferentes representações, domínio de existência das soluções de uma equação diferencial ordinária, forma padrão de determinadas equações diferenciais, relação entre a derivada e integral no estudo de uma equação diferencial ordinária, etc.), introduzimos de forma intuitiva o conteúdo de campo de direções, para depois avançar em complexidade e levar à formalização de conceitos. Para isso, a docente desenvolveu um aplicativo, disponibilizado aos alunos por meio de um link, a fim de explorar situações e visualizar o que ocorria com os parâmetros de uma equação diferencial ordinária e sua solução, dadas diferentes condições iniciais. O software GeoGebra⁹ foi o recurso no qual se

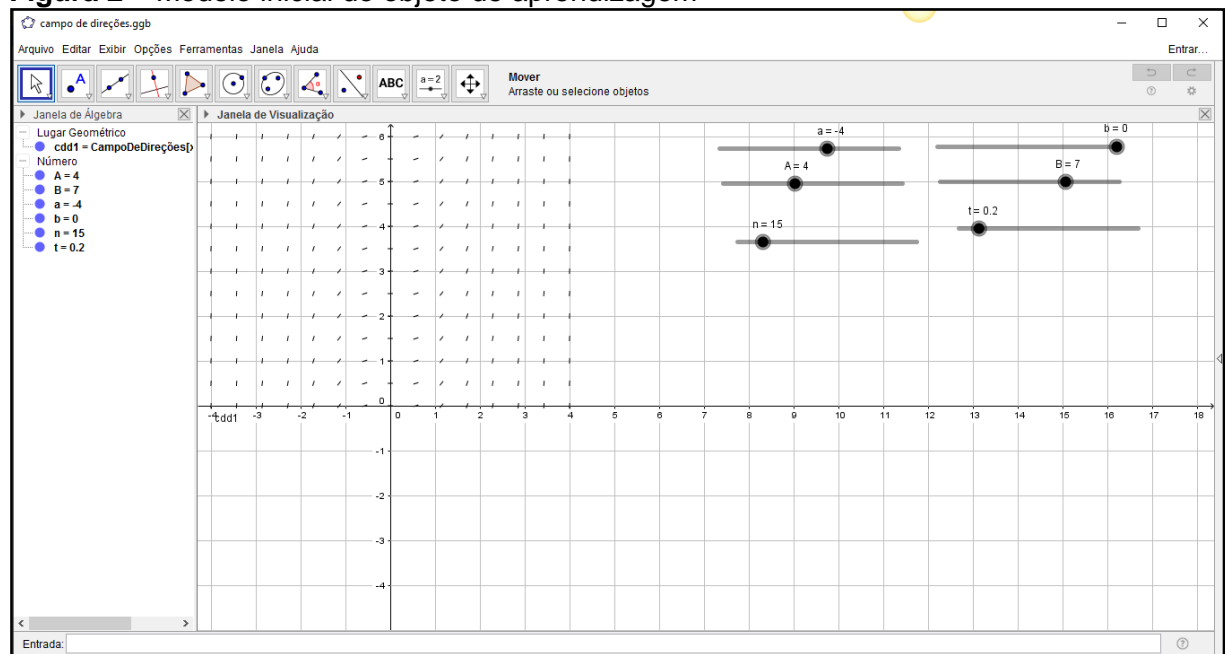
⁹ O GeoGebra é um software de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos em um único pacote. Sua distribuição é livre, nos termos da GNU General PublicLicense, e é escrito em v. 1, n. 1, p. 59-78, 2017

deu a construção do aplicativo, caracterizado como objeto de aprendizagem, tendo em vista ser um software livre, de instalação simples e rápida, ter interface amigável, além de permitir uma boa representação do objeto matemático em estudo.

As Figuras 2, 3 e 4 mostram a evolução na elaboração do objeto de aprendizagem, que foi um exercício de reflexão da docente e pesquisadora a fim de garantir potencialidade desse recurso para aprendizagem dos alunos.

Inicialmente, exploramos a ferramenta campo de direções do software e pudemos compreender os parâmetros que seriam necessários para a construção do objeto de aprendizagem, como mostra a Figura 2.

Figura 2 – Modelo inicial do objeto de aprendizagem

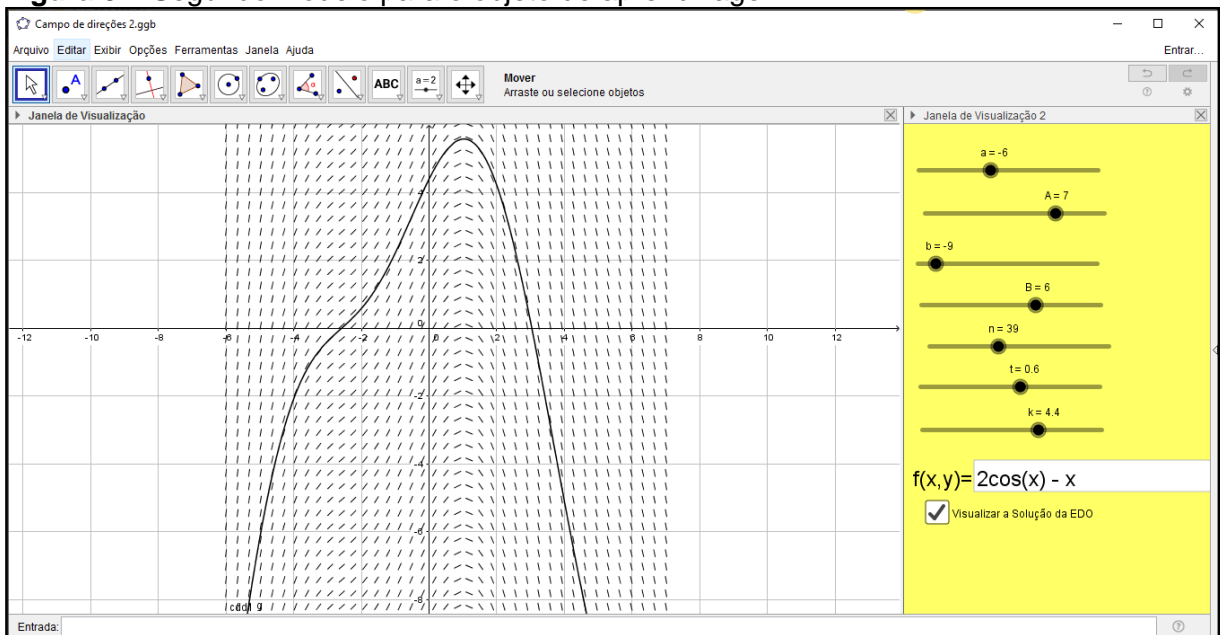


Fonte: As próprias autoras

O próximo passo foi melhorar visualmente o objeto de aprendizagem (Figura 3), inserindo um campo de entrada para que o aluno pudesse analisar qualquer equação diferencial pretendida, assim como a caixa que permite exibir ou não a função à qual o campo de direções está associado.

linguagem Java, o que lhe permite estar disponível em várias plataformas. Possui uma comunidade de milhões de usuários em praticamente todos os países. O GeoGebra tem sido usado no apoio ao ensino e a aprendizagem em diferentes áreas do conhecimento. (<https://www.geogebra.org/about>, <https://pt.wikipedia.org/wiki/GeoGebra>, acessados em 15 de maio de 2017)

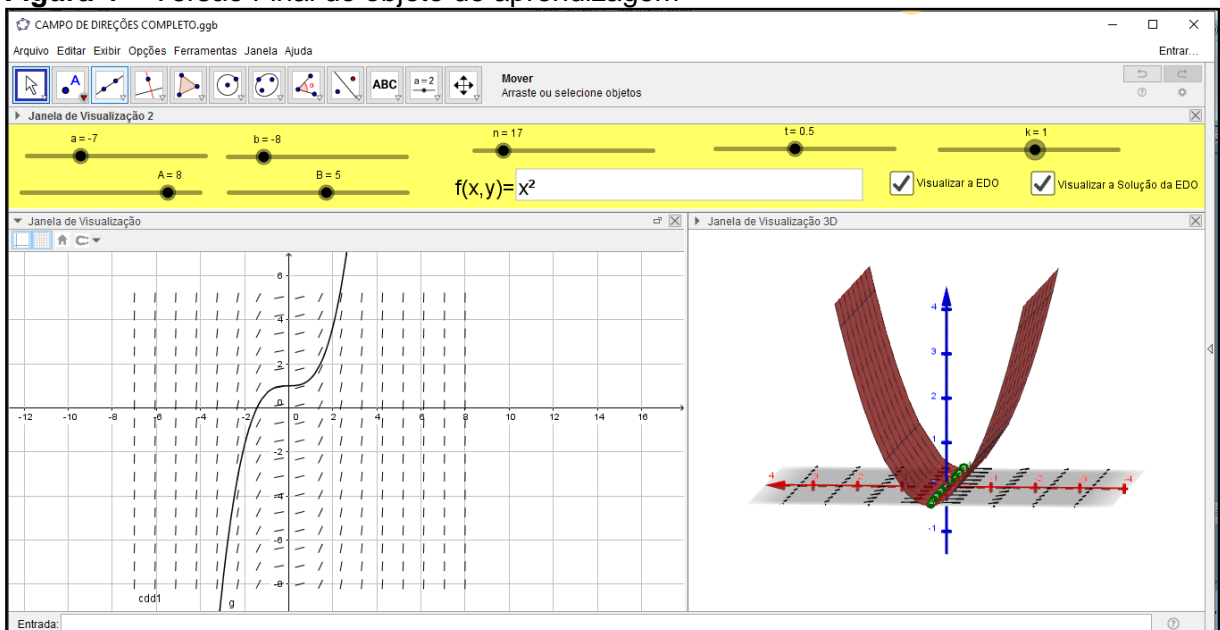
Figura 3 – Segundo modelo para o objeto de aprendizagem



Fonte: As próprias autoras

Durante a elaboração dos questionamentos para a atividade, percebemos a necessidade de incluir no objeto de aprendizagem a visualização tridimensional da equação diferencial, obtendo, portanto, a versão final do objeto de aprendizagem (Figura 4).

Figura 4 – Versão Final do objeto de aprendizagem



Fonte: <https://www.geogebra.org/m/bWneJWVS>

Esse objeto de aprendizagem constituiu uma parte da atividade proposta, conforme expresso na continuidade do texto. O mesmo objeto de aprendizagem fez parte também da atividade final de avaliação, onde a docente vinculou-o a outra situação-problema, a fim de verificar a ocorrência do processo de um importante processo que fundamenta a UEPS, a Reconciliação Integradora.

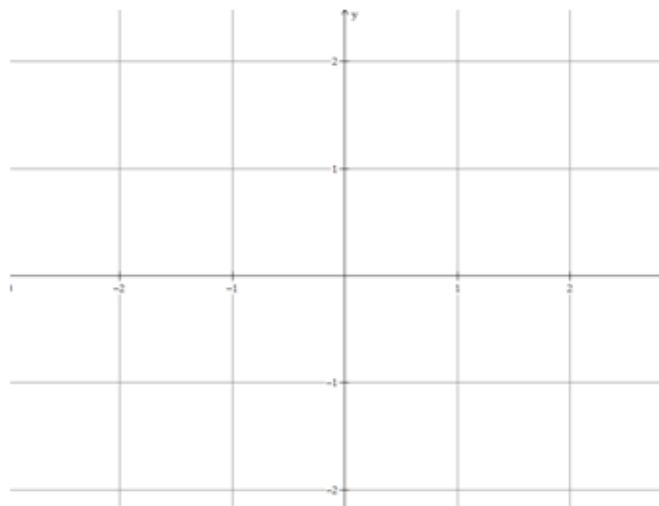
Sobre o desenvolvimento e Análise

Para a atividade proposta (Figura 5) foram necessários dois encontros de três horas-aulas, em que os alunos se organizaram em cinco grupos. Como era habitual nas aulas que necessitavam do auxílio do computador, cada grupo levou notebooks que também foram utilizados para registro do áudio ou do vídeo do grupo.

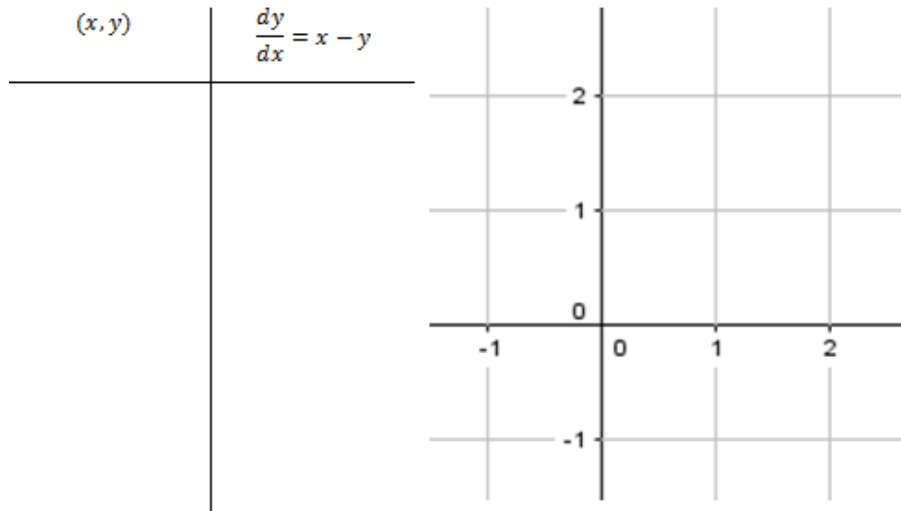
Figura 5 – Atividade completa sobre Campo de Direções

CAMPO DE DIREÇÕES

EXERCÍCIO 1: Esboce, no plano quadriculado abaixo, a inclinação da reta tangente à equação diferencial $y' = 2y - x$ nos pontos $(1,1)$; $(1,2)$; $(2,1)$; $(2,2)$; $(1, -1)$; $(-2, -1)$.



EXERCÍCIO 2: A partir, do que você pode observar sobre os valores da reta tangente no exercício anterior, esboce a inclinação da reta tangente à equação diferencial $\frac{dy}{dx} = x - y$, no plano quadriculado, para os pontos $(-1,-1)$; $(0,-1)$; $(1,-1)$; $(2,-1)$; $(-1,0)$; $(0,0)$; $(1,0)$; $(2,0)$; $(-1,1)$; $(0,1)$; $(1,1)$; $(2,1)$; $(-1,2)$; $(0,2)$; $(1,2)$; $(2,2)$. E anote se você percebe alguma relação entre os pontos e as suas inclinações.



Agora, utilizando o software [GeoGebra](https://ggbm.at/bWneJWVS) a partir do Link: <https://ggbm.at/bWneJWVS>, insira a equação diferencial $f'(x) = x^2$ no campo $f(x,y)$, deixando o campo “visualizar EDO” marcado e o campo “visualizar a solução da EDO” desmarcado. Analise as informações que aparecem movimentando os controles deslizantes e responda às questões propostas.

- 1) Descreva o que os cursores (controles deslizantes) a , A , b , B , n , fazem/alteram na tela do programa.
- 2) O que o desenho tracejado representa?
- 3) Você percebe alguma relação entre o desenho tracejado e a EDO? Comente.

Agora marque o campo “visualizar a solução da EDO” para responder às perguntas que seguem:

- 4) Você percebe alguma relação entre a EDO e a sua solução? Comente.
- 5) Você percebe alguma relação entre o desenho tracejado e a solução da EDO?
- 6) Manipulando o controle deslizante K , você percebe em que ele influencia? O que ele representa?
- 7) Clicando com o botão direito do mouse sobre a curva visível na primeira janela, selecione a opção “habilitar rastro”, após movimento o controle K e interprete o que é exibido na primeira janela.

Agora, realize a mesma atividade explorando as Equações Diferenciais abaixo e faça suas novas considerações, sem apagar o que você já anotou anteriormente, tentando reunir as informações encontradas a partir da análise de mais de uma EDO.

- a) $f'(x) = x^2 + 2$
- b) $f'(x) = x^2 + 2x + 5$
- c) $f'(x) = \text{sen}(x)$
- d) $f'(x) = \text{cos}(x)$

- a) O que o desenho tracejado representa?
- b) Você percebe alguma relação entre o desenho tracejado e a EDO? Comente.

Agora marque o campo "visualizar a solução da EDO" para responder às perguntas que seguem:

- c) Você percebe alguma relação entre a EDO e a sua solução? Comente.
- d) Você percebe alguma relação entre o desenho tracejado e a solução da EDO?
- e) Manipulando o controle deslizante K, você percebe em que ele influencia? O que ele representa?
- f) Clicando com o botão direito do mouse sobre a curva visível na primeira janela, selecione a opção "habilitar rastro", após movimento o controle K e interprete o que é exibido na primeira janela.

Fonte: <https://sites.google.com/alunos.utfpr.edu.br/talitapifferfreire>

No primeiro encontro os alunos realizaram a atividade, procurando responder às questões e no segundo aconteceu um debate entre os grupos sobre os questionamentos aos quais haviam respondido.

Em seguida trazemos uma breve análise do desenvolvimento dessa atividade, considerando dados obtidos do registro em vídeo da aula, registro escrito dos alunos, bem como de arquivos digitais salvos pelos alunos e encaminhados à docente. Os alunos são identificados de acordo com a nomenclatura do grupo a que estavam vinculados (o aluno 1 do Grupo A é identificado como A1, o aluno 2 do Grupo A é identificado como A2, ...)

Após uma leitura inicial do exercício que estava sendo proposto, os grupos ficaram alguns momentos tentando entender a nova proposta. Os integrantes do grupo B relatam para toda a sala quais os passos que devem ser seguidos para que a atividade possa ser realizada. Identificam que têm que substituir x, mas ao perceberem que irão encontrar o valor de y' não sabem mais o que fazer. A professora comenta que eles têm que se lembrar do que foi aprendido em Cálculo I e o aluno B1 diz que eles têm que encontrar a reta tangente em relação à curva.

No entanto, mesmo depois de realizar os cálculos (Figura 6), os alunos não conseguem interpretar a resposta nem representar graficamente no material o que foi proposto.

Figura 6 – Representação organizada pelos integrantes do grupo C para resolução da atividade

$2y - x$ $2 \cdot 1 - 1$ 1	$2y - x$ $2 \cdot 2 - 1$ 3	$2y - x$ $2 \cdot 1 - 2$ 0
$2y - x$ $2 \cdot 2 - 2$ 2	$2y - x$ $2 \cdot -1 - 1$ $-2 - 1$ -3	$2y - x$ $2 \cdot -1 + 2$ $-2 + 2$ 0

Fonte: Caderno de registro do aluno C1

Para auxiliar os alunos, a professora questiona qual o significado de uma reta tangente ter inclinação 1, que é o resultado da operação relacionada ao primeiro ponto. Os alunos respondem que o ângulo cuja reta tangente tem inclinação 1 é 45° , mas mesmo assim a professora sente necessidade de realizar uma orientação, representando na lousa, pois eles não conseguem visualizar a resposta.

Logo após, aparece a discussão do que seria uma inclinação 3 e o próprio aluno C1, a partir do questionamento da professora, chega à conclusão de que “estará mais inclinado”.

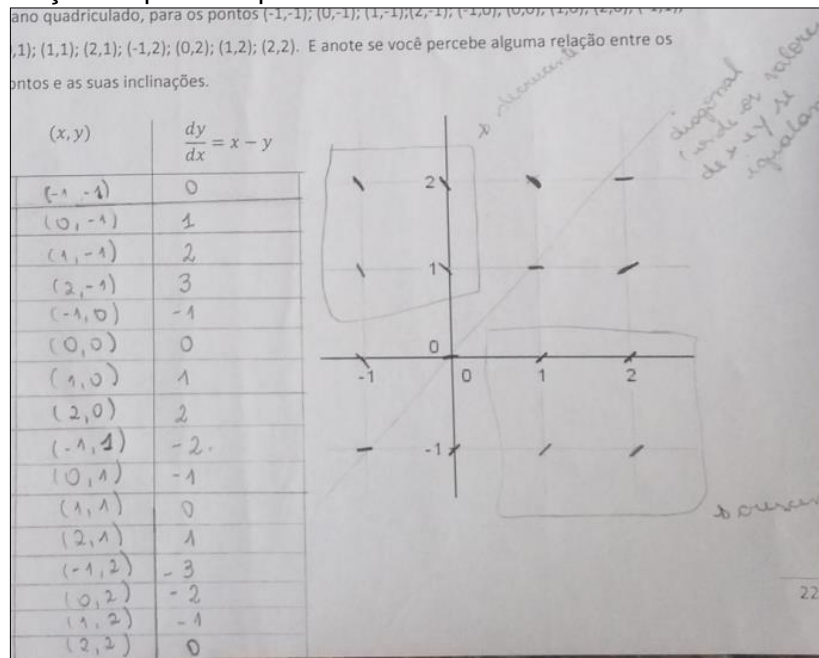
Quanto à inclinação zero, a professora questiona o que seria “uma reta que não tem inclinação”, perguntando e mostrando aos alunos primeiramente uma reta vertical e eles dizem que não, depois o aluno C2, mostra com a mão que seria uma reta horizontal.

O aluno C1 questiona a professora sobre “e quando é negativo professora?”. A professora questiona: “O que quer dizer o negativo? Se o crescente é “subindo” (e faz um sinal com as mãos) o decrescente é...”. Com essa abordagem, os grupos fizeram representações similares a representada graficamente na Figura 7.

Na segunda parte da atividade, similar a primeira, no entanto com maior exigência cognitiva, os alunos conseguem ser mais autônomos, realizando as

operações necessárias, organizando na forma de tabela e demarcando os resultados no plano cartesiano situado ao lado, como indicado na Figura 7.

Figura 7 - Resolução da primeira parte da atividade



Fonte: Caderno de registro do aluno C1

Com o término da segunda etapa os grupos são estimulados a continuar a atividade de investigação utilizando o objeto de aprendizagem (Figura 4), sendo que os alunos necessitavam manipulá-lo para refletir sobre as questões propostas referente a conceitos de campo de direções.

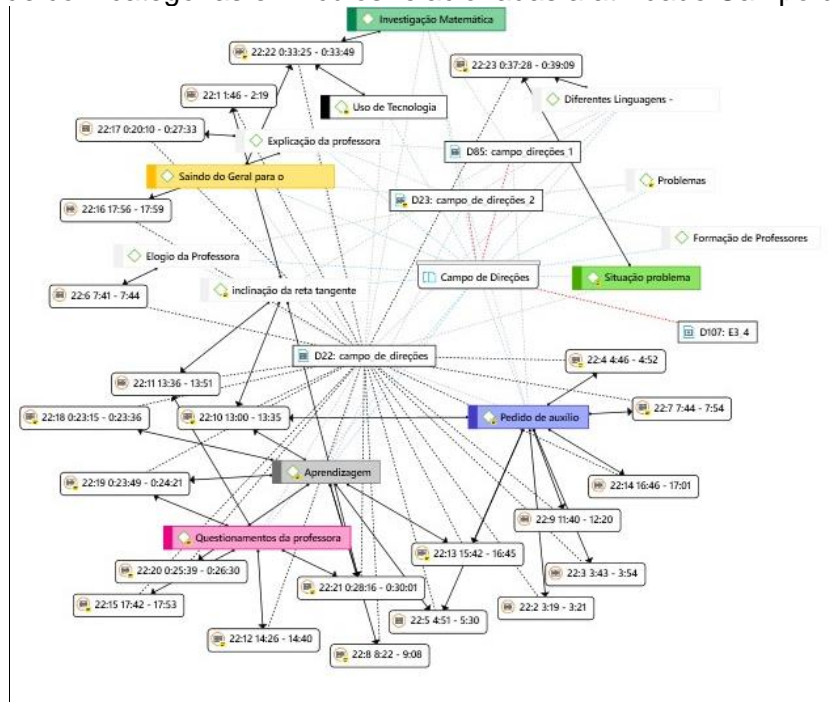
O processo analítico dos dados nos indica que, por meio dos questionamentos, os alunos são levados a retomar algumas equações diferenciais e a analisar o que ocorre com os seus campos de direções. Ao responderem a pergunta se haviam percebido alguma relação entre o desenho tracejado e a EDO para a função $f'(x)=x^2$, o grupo B responde: “Sim, a relação é que as retas tangentes (os traços) acompanham a representação gráfica da EDO, ou seja, o ângulo dos traços das retas verticais acompanha o gráfico. O ponto de inflexão é onde os traços ficam na horizontal”, enquanto o aluno C1 relata, “Percebi que onde a inclinação é nula no 2D, no 3D é onde ela toca o plano”.

Quando inserimos a equação diferencial $f'(x) = x^2$ no objeto de aprendizagem obtemos a Figura 4 (tal figura representa o campo de direções gerado pelo aluno C1), em que fica evidente que os traços do campo de direção acompanham o gráfico da EDO, mas é importante salientar que quando a derivada é nula, temos um ponto de

inflexão, que conforme descrito pelos alunos “ficam na horizontal” e o gráfico tridimensional toca o plano xy. Portanto podemos inferir que os alunos apresentam conhecimentos prévios relacionados ao Cálculo Diferencial Integral que serão necessários para o futuro entendimento de Equações Diferenciais Ordinárias, o que nos fornecem indícios de que a atividade proposta propiciou que os alunos externalizassem subsunçores presentes em suas estruturas cognitivas, cumprindo com um dos objetivos da atividade.

De posse das informações coletadas no desenvolvimento da atividade com o uso do objeto de aprendizagem, realizamos a codificação seguindo os encaminhamentos da Análise Textual Discursiva, subsidiada pelo *software* Atlas TI 8.0. Com a codificação dos registros do desenvolvimento dessa atividade foram identificadas onze categorias, algumas emergiram da codificação desses dados, outras já haviam sido identificadas em etapas anteriores da codificação. A Figura 9 representa uma rede de relações entre as onze categorias, associadas aos momentos em que foram identificadas no *corpus* da análise, são elas: *situação-problema*, *saindo do geral para o específico*, *investigação matemática*, *uso de tecnologia*, *diferentes linguagens*, *elogio da professora*, *explicação da professora*, *inclinação da reta tangente*, *questionamentos da professora*, *aprendizagem*, *pedido de auxílio*.

Figura 9 – Rede com categorias e vínculos relacionadas a atividade Campo de Direções



Fonte: Gerado a partir do *software* Atlas TI 8.0

Considerações finais

Com este texto intencionamos apresentar e discutir alguns aspectos envolvidos na elaboração de um produto educacional, vinculado ao trabalho de conclusão de curso de um mestrado profissional. Compartilhando parte dos procedimentos, desde a concepção até a implementação do produto educacional em condições reais de ensino, bem como uma análise bem pontual do mesmo, colocamos em questão a importância dos procedimentos metodológicos.

Entendemos que os vários aspectos envolvidos na elaboração do produto educacional, desde a definição e estudo da fundamentação teórica que possibilitasse pensar o ensino visando a aprendizagem dos alunos, a definição dos procedimentos de análise, a definição pelo formato do produto educacional e a implementação desse produto no estágio supervisionado representa um amplo exercício de pesquisa que integra a formação do professor-pesquisador.

A prerrogativa de que o produto educacional seja um instrumento didático-pedagógico que visa auxiliar o trabalho docente e que os dados de sua implementação sejam norteadores do processo analítico da dissertação do mestrado profissional possibilita inseri-lo no contexto da pesquisa. Isso fica evidente ao se lançar mão da Análise Textual Discursiva para realizar a categorização das ações dos alunos no desenvolvimento da atividade, bem como do Atlas TI para auxiliar na organização dos dados.

A partir do recorte da pesquisa que apresentamos nesse texto, que faz menção ao desenvolvimento de um objeto de aprendizagem para o estudo de conceitos de equações diferenciais ordinárias por meio de seu campo de direções, permite fazermos algumas inferências, com relação à aprendizagem dos alunos.

Nesse sentido, dentre as considerações sobre o que as onze categorias apresentadas na seção anterior podem sinalizar para o professor que venha a utilizar a atividade Campo de Direções, destacamos: é uma atividade que tira os alunos da zona de conforto e tem potencial para ser encaminhada como *investigação matemática* (dependendo também da postura do docente que deve conduzir o desenvolvimento da atividade como tal). Como mostra a Figura 9, a codificação dos dados mostra que os alunos *pedem auxílio* com frequência, mas que isso leva, no entendimento da docente, a indícios de *aprendizagem*, que pode ser decorrência dos *questionamentos da professora* ao incentivar os alunos a explorar uma *situação-*

problema direcionada a oportunizar *diferentes representações (linguagens* foi o termo usado na codificação).

Os procedimentos sugeridos pela Análise Textual Discursiva associados as ferramentas do *software* adotado para auxiliar no tratamento do *corpus* da análise contribui para avaliar a proposição da atividade, discutir sua pertinência e constatar a necessidade de adequação para que esta integre o produto educacional em sua versão final.

Quanto a validação do objeto de aprendizagem elaborado para compor o produto educacional, o uso que os alunos fizeram na referida atividade, bem como em situações-problemas presentes em outros passos do desenvolvimento da UEPS indicam que sua integração ao material de ensino contribuiu para garantir o caráter de ser potencialmente significativo, além de que características como reusabilidade, adaptabilidade, acessibilidade e interoperabilidade são asseguradas por sua própria concepção.

Referências

BARBOSA, J, C; OLIVEIRA, A, M, P. Supporting Mathematics Teacher's Learning with Educative Curricular materials. **Journal of Mathematics Education**, v. 7, n. 2, p. 161-169, dez. 2014.

CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior; 2017. **Documento de Área – Ensino**. Disponível em: <http://capes.gov.br/images/documentos/Documentos_de_area_2017/DOCUMENTO_AREA_ENSINO_24_MAIO.pdf>. Acessado em: 27/05/2017.

CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior; 2013. **Documento de área 2013 - Ensino**. Disponível em <https://www.capes.gov.br/images/stories/download/avaliacaotrienal/Docs_de_area/Administra%C3%A7%C3%A3o_doc_area_e_comiss%C3%A3o_16out.pdf>. Acessado em: 08/05/2017.

DAVIS, E, A; KRAJCIK, J, S. Designing Educative Curriculum Materials to Promote Teacher Learning. **Educational Research**, v. 34, n. 3, p. 3-14, abr. 2005.

IEEE Learning Technology Standards Committee (LTSC). Draft Standard for Learning Object Metadata (IEEE 1484.12.1-2002). Jul.2002. Disponível em <http://ieeeltsc.org/>. Acesso em: 10 agosto 2014.

GALIAZZI, M. C; RAMOS, M. G. Aprendentes do aprender: um exercício de análise textual discursiva. In: CONGRESSO LUSO BRASILEIRO EM INVESTIGAÇÃO QUALITATIVA, 2., 2013, S.L., 2013. Indagatio Didactica: v. 5 (2), out. 2013.

LEODORO, M. P.; BALKINS, M. A. A. S. Problematizar e participar: elaboração do produto educacional no Mestrado Profissional em Ensino. **II Simpósio Nacional de Ensino em Ciência e Tecnologia**. Artigo número 84, outubro de 2010.

- LUCCAS, S. **O ensino introdutório de Matemática em cursos de administração: construção de uma proposta pedagógica**. Tese de Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2011.
- LUDKE, M. ANDRÉ, M. E. D. A. *Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas*. São Paulo: EDU, 1986.
- MORAES, R. Uma tempestade de luz: a compreensão possibilitada pela análise textual discursiva. A storm of light: comprehension made possible by discursive textual analysis. *Ciência e Educação*, Bauru, v. 9, n. 2, 191-211, out. 2003.
- MORAES, R; GALIAZZI, M. C. Análise Textual Discursiva: processo reconstrutivo de múltiplas faces. **Ciência e Educação**, Bauru, v. 12, n. 1, p. 117-128, abr. 2006
- MOREIRA, M. A. **Aprendizagem Significativa: a teoria e textos complementares**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.
- MOREIRA, M. A. Unidades de Enseñanza Potencialmente Significativas-UEPS. **Aprendizagem Significativa em Revista**, Porto Alegre, v. 2, n. 1, p.43-63, ago. 2011. Quadrimestral. Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/asr/artigos/Artigo_ID10/v1_n2_a2011.pdf>. Acesso: 15/05/2017.
- PAIVA, D. M. B. et al. Avaliação Qualitativa de um Conjunto de Requisitos para Sistemas de Autoria Hiperídia Educacional. In: *Anais do Simpósio Brasileiro de Informática na Educação*, p. 28-37, 2001.
- SILVA, A. P. **A modalidade EDS e semipresencial e a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral**. Tese de Doutorado em Educação para a Ciências, Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho”, Bauru, 2017.